وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
الجامعة التقنية الشمالية
الكلية التقنية/ الحويجة
قسم تقنيات ادارة الاعمال

مادة الإحصاء
لطلبة المرحلة الأولى

إعداد

مدرس المادة

م.م. عبدالله اسوادي

2023 - 2024

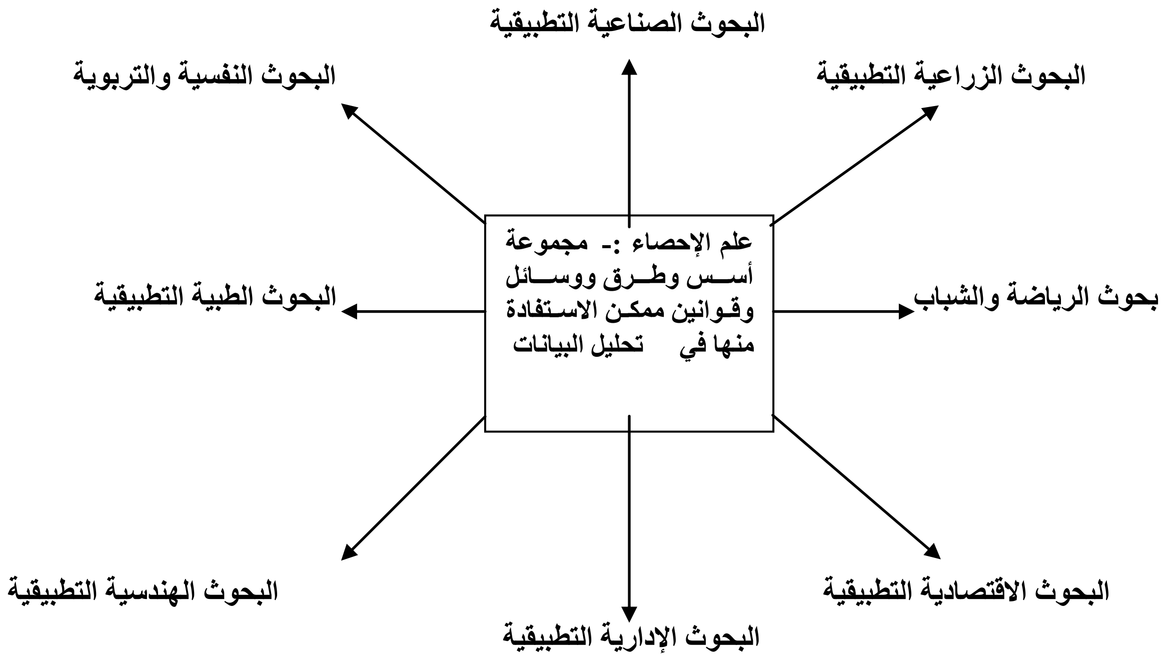
تعاريف ومصطلحات

1 - تعريف علم الإحصاء

يعرف علم الإحصاء بأنه الطريقة العلمية التي تختص بجمع البيانات والحقائق عن ظاهرة أو فرضية معينه وتنظيم هذه البيانات والحقائق بالشكل الذي يسهل عملية تحليلها وتفسيرها ومن ثم استخلاص النتائج واتخاذ القرارات على ضوء ذلك .

2 - أهمية علم الإحصاء

يعتبر علم الإحصاء احد الوسائل المهمة في البحث العلمي من خلال استخدام قواعده وقوانينه وطرقه في جمع البيانات والمعلومات اللازمة للبحث العلمي وتحليل هذه البيانات والمعلومات بغية التوصل إلى النتائج التي يهدف إليها البحث . كما وان للإحصاء دوراً بارزاً في وضع الخطط المستقبلية عن طريق التنبؤ بالنتائج ولكافة القطاعات سواءُ كانت إنتاجية أم خدمية . وحيث أن الإحصاء بحد ذاته يعتبر وسيلة وليس غاية فذلك يعني إن مجالات استخدامه أينما وجد البحث العلمي . وذلك يعني إن مجالات تطبيق علم الإحصاء ممكنة سواءً كان ذلك في مجال العلوم الصرفة أو العلوم الإنسانية أو غيرها . ويمكن تمثيل مجالات تطبيق علم الإحصاء حسب ماهو موضح بالشكل التالي :



شكل (1-1) مجالات تطبيق علم الإحصاء

ونتيجة لكثرة استخدامات هذا العلم في الكثير من المجالات فقد برزت وخلال فترة ليست بالقصيرة من الزمن مسميات للإحصاء مقرونة باسم علم آخر ولو أن ذلك لايغير من مضمون وهدف علم الإحصاء إلا أن ذلك حدث بهدف إيجاد تخصصات دقيقه للإحصاء مثل الإحصاء السكاني ، الإحصاء الحيوي ، الإحصاء الطبي ، الإحصاء الاقتصادي ، وغيرها من المسميات الأخرى التي بمجملها تعني استخدام الإحصاء والطريقة الإحصائية في هذه المجالات ، فالأسلوب واحد وان اختلف مجال التطبيق .

3- الطريقة الإحصائية في البحث العلمي

إن استخدام الأسلوب الإحصائي في البحث العلمي يعني توفر بيانات ومعلومات عن الظاهرة أو الظواهر المطلوب دراستها في ذلك البحث . وهذا يعني إن إمكانية تطبيق الطريقة الاحصائيه مرهون بإمكانية التعبير عن هذه الظاهرة تعبيراً كمياً .

وفيما يلي المراحل الرئيسية للطريقة الاحصائيه في البحث العلمي :

1- تحديد مشكلة أو فرضية البحث أو الدراسة .
2- جمع البيانات والمعلومات عن الظاهرة أو الظواهر ذات العلاقة بالبحث أو الدراسة .
3- تصنيف البيانات وتبويبها وعرضها .
4- حساب المؤشرات الاحصائيه كتقديرات لمعالم مجتمع البحث أو الدراسة .
5- تحليل معطيات الدراسة والتوصل للنتائج على ضوء فرضية أو فرضيات البحث أو الدراسة .
6- تفسير النتائج وعملية اتخاذ القرار بشأن فرضيات البحث .

4 - أساليب جمع البيانات

إن أي بحث علمي يستند في تحليله إلى الطريقة الاحصائيه يحتاج إلى بيانات ومعلومات حول موضوع البحث قيد الدراسة . ويمكن للباحث الحصول على هذه البيانات من احد المصدرين التاليين :

أ - المصادر التأريخية Historical Sources

وهي البيانات والمعلومات المحفوظة والمتجمعة لدى أجهزة ومؤسسات ودوائر الدولة المختلفة نتيجة لاستقصاءات أو مسوحات قامت بها هذه الجهات ، أو هيئات معينه لأغراض خاصة بها ، أو تجمعت لديها بحكم وظائفها الإدارية والفنية مثال على ذلك البيانات المتجمعة عن تعدادات السكان في العراق ، إحصاءات الطلبة المتخرجين من الجامعات العراقية ، وغيرها .

ب - مصادر الميدان Field Sources

وهذه تمثل بيانات ومعلومات يمكن الحصول عليها من مصادرها الأصلية بطريقة المراسلة أو المواجهة أو أي طريقة اتصال أخرى .

إن اختيار هذا المصدر دون ذاك في جمع البيانات والمعلومات يعتمد بالأساس على طبيعة البحث والنتائج المتوخاة منه ، وهنالك اسلوبان يمكن من خلالهما جمع البيانات والمعلومات اياً كان مصدرها وهذان الأسلوبان هما :

اسلوب التسجيل المباشر

يقصد باسلوب التسجيل المباشر جمع البيانات والمعلومات عن كافة المفردات التي تؤلف المجتمع الإحصائي للظاهرة (أو الظواهر) قيد البحث ,مثال ذلك عملية التعداد العام للسكان في العراق عام 1997 .

اسلوب العينات

يقصد بأسلوب العينات عملية جمع البيانات والمعلومات عن مجموعة معينة من مفردات مجتمع الدراسة ، هذه المجموعة من المفردات تسمى (عيّنه Sample) مثال ذلك دراسة فاعلية دواء معين على بعض الأشخاص المصابين بمرض معين .

5- المتغيرات العشوائية Random Variables

يعرف المتغير العشوائي بأنه داله ذات قيمة حقيقية معرفة على فضاء يدعى فضاء العينة ، وغالباً ما يرمز للمتغير العشوائي بأحد الأحرف الكبيرة مثل X ، Y، Z ،...الخ . ولقيم المتغير العشوائي عند تنفيذ التجربة بأحد الأحرف الصغيرة x ، y ، z ، ..... الخ .

(مثال) تأمل تجربة رمي زهر نرد وملاحظة العدد الذي سوف يظهر على وجه الزهر بعد رميه . هنا المتغير X هو العدد الذي سوف يظهر على وجه الزهر بعد رميه ، افرض أن العدد الذي ظهر بعد تنفيذ الرمية هو العدد 3 (عدد حقيقي) ، وان الحالات الكلية الممكنة الظهور على وجه الزهر هي مجموعة الأعداد الحقيقية {1،2،3،4،5،6} ولا يمكن إطلاقاً ظهور غيرها ، أي أنها القيم الممكنة إلى X التي نتوقع ظهور احدها بعد عملية الرمي . وهذا ما نطلق عليه فضاء العينة للمتغير X . وحيث أن العدد 3 هو قيمة من قيم المتغير X الممكنة الذي ينتمي لفضاء هذا المتغير . وحيث أن تجربة رمي الزهر هي تجربة عشوائية تتم دون تحيز لهذا الوجه أو ذاك ، عليه فان X متغير عشوائي .

وغالباً مايرمز إلى مجموعة القيم الممكنة (فضاء العينة) بالرمز (Ω) ويلفظ اوميكا ، ففي المثال السابق فان Ω ستعرف بالشكل التالي $\Omega =\{X:x=1،2،3،4،5،6\}$.

وتقسم المتغيرات العشوائية إلى قسمين رئيسيين هما :-

5 - 1 المتغيرات العشوائية النوعية (الوصفية) Qualitative Variable

وهي المتغيرات التي لايمكن قياسها بوسائل قياس مألوفة كالعد أو التقييس إنما تشكل صفات لذلك المتغير . مثل لون العين (اسود . عسلي . ازرق) ، الحالة الاجتماعية (أعزب . متزوج . مطلق . أرمل) , الجنس (ذكر .أنثى) وغيرها من الأمثلة .

5 - 2 المتغيرات الكميه Quantitative Variable

وهي المتغيرات التي يمكن قياسها بوسائل قياس مألوفة مثل عدد الطلبة في صف معين , عدد أشجار البرتقال في بستان , طول الشخص بالسنتمتر , وزن حمولة من الاسمنت بالطن , وهذا القسم من المتغيرات على نوعين رئيسيين هما :-

أ – المتغيرات المتقطعة Discrete Variable

إذا كانت مجموعة القيم الممكنة للمتغير X مجموعة قابلة للعد سواء كانت مجموعة محدودة أم غير محدودة عندئذٍ يقال أن X متغير عشوائي متقطع .

(مثال 1) :- إن مجموعة القيم الممكنة إلى X في تجربة رمي زهر النرد هي المجموعة $\Omega =\{X:x=1،2،3،4،5،6\}$. وحيث انه من الممكن عد العناصر هذه المجموعة (أي أنها مجموعة قابلة للعد) بالرغم من كونها محدودة (أي لها بداية , العدد 1 ، ونهاية ، العدد 6) عليه فأن X متغير عشوائي متقطع .

(مثال 2) :- افترض أن X متغير عشوائي يشير إلى عدد النداءات الهاتفية المستقبلة من قبل بدالة هاتف خلال فترة زمنية محددة، واضح هنا إن مجموعة القيم الممكنة إلى Xهي مجموعة الأعداد الحقيقية $\Omega =\{X:x=0،1،2،3،0000\}$ وحيث انه من الممكن عد عناصر هذه المجموعة بالرغم من كونها مجموعة غير محدودة (لها بداية وليس لها نهاية) فإذاً X متغير عشوائي متقطع .

ب – المتغيرات المستمرة Continuous Variables

إذا كانت مجموعة القيم الممكنة للمتغير X مجموعة غير قابلة للعد سواء كانت مجموعة محدودة أم غير محدودة عندئذٍ يقال أن X متغير عشوائي مستمر .

(مثال 1)

افترض أن X متغير عشوائي يشير إلى الزمن المستغرق لقطع المسافة بين بغداد ونينوى البالغة 400 كم من قبل مركبة تتراوح سرعتها مابين 80 إلى 100 كم / ساعة . واضح وفق قانون السرعة ان الزمن المستغرق لقطع هذه المسافة يتراوح ما بين 4 ساعات إلى 5 ساعات . عليه فأن مجموعة القيم الممكنة إلى X هي مجموعة الأعداد الحقيقية $\Omega =\{X:4\leq X \leq 5\}$. وحيث انه لايمكن عد عناصر هذه المجموعة كونها واقعة ضمن فترة مستمرة ،

أي وجود عدد غير منتهي من القيم الواقعة ضمن هذه الفترة على الرغم من كونها مجموعة محدودة (لها بداية ونهاية) فإذن X متغير عشوائي مستمر .

(مثال 2)
افترض أن X متغير عشوائي يشير إلى كمية المواد المتدفقة مقاسة بالمتر المكعب (m^3) من انفجار بركاني محتمل الوقوع . واضح هنا إن مجموعة القيم الممكنة إلى X تتراوح ما بين الصفر وعدد كبير جداً (نظرياً ما لانهايه ∞) . هذه المجموعة يمكن ترميزها بالشكل $\Omega = \{X : 0 \leq X \leq \infty\}$. وحيث انه لايمكن عد عناصر هذه المجموعة على الرغم من كونها مجموعة غير محدودة . فإذن X متغير عشوائي مستمر .
الشكل التالي يوضح أنواع المتغيرات العشوائية :-

المتغيرات العشوائية

المتغيرات الكمية
Quantitative Variable

المتغيرات العشوائية النوعية (الوصفية)
Qualitative Variable

المتغيرات المتقطعة
Discrete Variable

المتغيرات المستمرة
Continuous Variables

شكل (1 – 2) أنواع المتغيرات العشوائية

٥ - اختبار بعدي (Post test)

1- عدد خمسة مجالات لاستخدام الطريقة الإحصائية في البحث ؟
2 - عدد المراحل الرئيسية للطريقة الإحصائية في البحث العلمي ؟
3 - تكلم عن المصادر التأريخية لجمع البيانات ؟
4 - تكلم عن اسلوب العينات لجمع البيانات الإحصائية ؟
5 - المتغيرات العشوائية الكمية تنقسم لنوعين , اذكرهم ؟

حل أسئلة الامتحان القبلي

ج 1 / يعرف علم الإحصاء بأنه الطريقة العلمية التي تختص بجمع البيانات والحقائق عن ظاهرة أو فرضية معينه وتنظيم هذه البيانات والحقائق بالشكل الذي يسهل عملية تحليلها وتفسيرها ومن ثم استخلاص النتائج واتخاذ القرارات على ضوء ذلك .

ج 2 / 1 - استخدام قواعده وقوانينه وطرقه في جمع البيانات والمعلومات اللازمة للبحث العلمي .

2 - استخدام قواعده وقوانينه وطرقه لتحليل البيانات والمعلومات بغية التوصل إلى النتائج التي يهدف إليها البحث .

3 - للإحصاء دوراً بارزاً في وضع الخطط المستقبلية عن طريق التنبؤ بالنتائج ولكافة القطاعات سواءُ كانت إنتاجية أم خدمية .

ج 3 / أ - المصادر التأريخية Historical Sources ب - مصادر الميدان Field Sources

ج 4 / 1 - اسلوب التسجيل المباشر 2 - اسلوب العينات

ج 5 /1- المتغيرات العشوائية النوعية (الوصفية) Qualitative Variable

2 - المتغيرات الكمية Quantitative Variable

حل أسئلة الامتحان البعدي

ج 1 / 1 - البحوث الصناعية التطبيقية 2 - البحوث الزراعية التطبيقية 3 - البحوث النفسية والتربوية 4 - بحوث الرياضة والشباب 5 - البحوث الطبية التطبيقية

ج 2 / 1- تحديد مشكلة أو فرضية البحث أو الدراسة .

2- جمع البيانات والمعلومات عن الظاهرة أو الظواهر ذات العلاقة بالبحث أو الدراسة .

3- تصنيف البيانات وتبويبها وعرضها .

4- حساب المؤشرات الإحصائية كتقديرات لمعالم مجتمع البحث أو الدراسة .

5- تحليل معطيات الدراسة والتوصل للنتائج على ضوء فرضية أو فرضيات البحث أو الدراسة .

6- تفسير النتائج وعملية اتخاذ القرار بشأن فرضيات البحث .

ج 3 / أ - **المصادر التأريخية Historical Sources**

وهي البيانات والمعلومات المحفوظة والمتجمعة لدى أجهزة ومؤسسات ودوائر الدولة المختلفة نتيجة لاستقصاءات أو مسوحات قامت بها هذه الجهات،أو هيئات معينه لأغراض خاصة بها،أو تجمعت لديها بحكم وظائفها الإدارية والفنية مثال على ذلك البيانات المتجمعة عن تعدادات السكان في العراق،إحصاءات الطلبة المتخرجين من الجامعات العراقية،وغيرها .

ج 4 / **اسلوب العينات** :- يقصد بأسلوب العينات عملية جمع البيانات والمعلومات عن مجموعة معينة من مفردات مجتمع الدراسة ، هذه المجموعة من المفردات تسمى (عيّنة Sample) مثال ذلك دراسة فاعلية دواء معين على بعض الأشخاص المصابين بمرض معين .

ج 5 /1 - المتغيرات المتقطعة Discrete Variable 2 - المتغيرات المستمرة Continuous Variables

الوحدة النمطية الثانية / عرض البيانات

١ - النظرة الشاملة

1 -1 - الفئة المستهدفة (Target Population)

أن هذه الحقيبة موجهة إلى طلبة هيئة التعليم التقني / قسم تقنيات إدارة المواد / المرحلة الأولى .

1 -2 - مبررات الحقيبة (Rational)

ليتعرف الطالب على الدور الفعال الذي يلعبه موضوع الإحصاء لأنه واحداً من أهم المواضيع التي شاع استخدامه نظراً لأهميته وتماسه مع كل بحث علمي في شتى مجالات البحث الإدارية منها والاقتصادية والاجتماعية والزراعية والهندسية والتربوية والطبية ....

1- 3 - الفكرة المركزية (Central idea) .

١ - تعريف التوزيع التكراري للبيانات .
٢ - شرح كيفية عمل التوزيع التكراري للبيانات .
٣ - عرض البيانات بيانيا و هندسياً .
٤ - توضيح ماهية التوزيعات التكرارية المتجمعة .

1- 4 - التعليمات (Instructions)

١- تكوين فكرة عامة عن الموضوع .
٢- التركيز على العناوين الرئيسية .
٣- فهم الأفكار الرئيسية .
٤- الاطلاع على الهدف من تدريس المادة .
٥- قم بأداء الاختبار القبلي:-

أ - فإذا حصلت على 4 فأكثر فانك لا تحتاج إلى دراسة الوحدة النمطية الثانية.راجع المشرف.

ب -فإذا حصلت على اقل من 4 فانك تحتاج إلى دراسة الوحدة النمطية الثانية.

بعد دراستك محتويات الوحدة النمطية الأولى فقم بأداء الاختبار ألبعدي .

أ - فإذا حصلت على 3 فأكثر انتقل إلى دراسة الوحدة النمطية الثالثة .

ب - فإذا حصلت على اقل من 3 فعد دراسة الوحدة النمطية الثانية أو أي جزء منها ثم ارجع لأداء الاختبار ألبعدي .

٢ -الأهداف الأدائية (Objectives)

يكون الطالب بعد دراسته الوحدة النمطية الثانية قادرا على :
١ - أن يعرف الطالب كيفية عمل التوزيع التكراري للبيانات .
٢ - يتمكن الطالب من عرض البيانات على هيئة أشكال بيانية و هندسية .
٣ - يستطيع الطالب إيجاد التوزيعات التكرارية المتجمعة .

3 - الاختبار القبلي (Pre test)

1- ما هو تعريف التوزيع التكراري ؟

2- عرف طول الفئة ؟

3 - وضح ما يمثله مركز الفئة ؟

4- هناك رسوم بيانية وأشكال هندسية لعرض البيانات الغير مبوبة عددها ؟

5 - هناك رسوم بيانية وأشكال هندسية لعرض البيانات المبوبة عددها ؟

ملاحظة:
١ .لكل سؤال درجة واحدة.
٢ .يرجى التحقق من سلامة أجابتك بمراجعة صفحة مفاتيح الإجابات على الاختبارات في نهاية الوحدة النمطية ، ففي حالة حصولك على درجة 4 فأكثر فتكون غير محتاج لدراسة هذه الوحدة واذهب لدراسة الوحدة التالية .أما في حالة حصولك على درجة أقل من 4 فستكون بحاجة لدراسة هذه الوحدة.

٤ - عرض الوحدة النمطية

مقدمة :-
سوف نركز الاهتمام في هذا الفصل على أساليب تبويب البيانات في جداول خاصة تدعى بجداول التوزيعات التكرارية . كذلك استعراض لأساليب عرض البيانات هندسياً . وفيما يلي تعاريف لبعض المفاهيم والمصطلحات المطلوبة في بعض فقرات هذا الفصل .

1 - العرض ألجدولي للبيانات
سوف تخصص هذه الفقرة لدراسة أساليب عرض البيانات المصنفة في جداول خاصة تدعى بالتوزيعات التكرارية التي تتخذ أشكالاً متعددة حسب نوع المتغير العشوائي الذي صنفت على أساسه البيانات الخام .

1-2- التوزيع التكراري Frequency Distribution
التوزيع التكراري عبارة عن تلخيص وترتيب لبيانات المتغير العشوائي , التي سبق وان جمعت وصنفت , مقسمة إلى عدد من المجاميع كل منها تسمى (الفئه Class) . هذه الفئات قد تكون مرتبة تصاعدياً أو تنازلياً حسب طبيعة البيانات . ويسمى توزيع عدد قيم X حسب الفئات " التوزيع التكراري " . وقد تكون فئات التوزيع متساوية في الطول أم غير متساوية وذلك يعتمد على طبيعة الدراسة ومتطلباتها .
ولكي نتمكن من استيعاب ما تقدم نأتي إلى إعطاء شرح لمكونات التوزيع التكراري من خلال المثال الافتراضي التالي :-
لتكن X1,X2,X3,…,Xn تمثل بيانات المتغير العشوائي X من عينه عشوائية من المفردات قوامها n مفردة . ونرغب في تلخيص هذه البيانات في توزيع تكراري عدد فئاته هو m .

لنفرض إن X_S تعني اصغر قيمه و X_L تعني اكبر قيمه في مجموعة البيانات هذه عندئذٍ تعرف مكونات التوزيع على النحو التالي :

1- المدى الكلي للتوزيع Total Range
يعرف المدى الكلي للتوزيع بأنه الفرق ما بين اكبر قيمة واصغر قيمة في المجموعة . فإذا رمزنا للمدى الكلي بالرمز T. R عندئذٍ فإن :

T.R = $X_L - X_s$ (X_L اكبر قيمه , X_s أصغر قيمه)

2- عدد فئات التوزيع Number of Classes
تمثل عدد المجاميع التي يتألف منها التوزيع التكراري . وهنالك صيغ تقريبية يمكن من خلالها تحديد عدد فئات التوزيع أهمها :

أ – صيغة يول (Yule) وهي :

$$m = (2.5) . \sqrt[4]{n}$$

(حيث إن n تمثل عدد المشاهدات)

ب – صيغة سترجس (Sturges) وهي $m = 1+(3.322).(\log.n)$

$(\log.n)$:- تمثل لوغاريتم عدد المشاهدات

وعند التطبيق يتم تقريب الناتج إلى اقرب عدد صحيح .

3- طول الفئة Length of a class

ويسمى أحياناً بالمدى الفئوي ويمثل مقدار سعة الفئة , أي مقدار المسافة ما بين الحد الأدنى للفئة وحدها الأعلى .وإذا رمزنا لطول الفئة بالرمز(L) فإنه يمكن تحديد قيمة L من خلال الصيغة التالية :

$$L = \frac{T.R}{m}$$

4- الحد الأدنى والحد الأعلى للفئة Lower and Upper bound of a class

لكل فئة من فئات التوزيع التكراري بداية ونهاية . فالبداية تعني الحد الأدنى للفئة والنهاية تعني الحد الأعلى لها . ويمكن تكوين حدود الفئات على النحو التالي :

ت. الفئة	الحد الأدنى	الحد الأعلى
1	χ_s (اصغر قيمه)	1- L + χ_s (اصغر قيمة+طول الفئة)
2	L + χ_s (اصغر قيمة + طول الفئة)	1-2L+ χ_s (اصغر قيمة+اثنين من طول الفئة)
3	2L+ χ_s (اصغر قيمة+اثنين من طول الفئة)	1-3L+ χ_s (اصغر قيمة+ثلاثة من طول الفئة)
.	.	.
.	.	.
.	.	.
M	(m-1)L+ χ_s (اصغرقيمة +(m-1)من طول الفئة)	1-(m)L+ χ_s (اصغرقيمة +(m)من طول الفئة)

5- مركز الفئة Center of a class

يمثل مركز الفئة قيمة من قيم المتغير العشوائي X التي تتوسط المسافة بين الحد الأدنى والحد الأعلى للفئة . فإذا رمزنا للحد الأدنى بالرمز L.L , والحد الأعلى بالرمز U.L , ولمركز الفئة بالرمز X فإن :

$$X = \frac{L.L + U.L}{2}$$

6- تكرار الفئة Class Frequency

يمثل تكرار الفئة جزء من مفردات العينة التي تتصف بكونها تقع من حيث القيمة العددية ما بين حدي الفئة بحيث إن مجموع هذه الأجزاء يشكل عدد مفردات العينة n , فإذا رمزنا لتكرارات الفئات بالرمز f1,f2,f3,…,fm فإن f1+f2+f3+…+fm=n (أي أن مجموع تكرارت الفئات يساوي عدد مشاهدات هذه العينة) .

وفيما يلي الطرق المختلفة لكتابة حدود فئات التوزيع التكراري استناداً إلى نوع المتغير العشوائي :

1- في حالة المتغيرات العشوائية المتقطعة :-

نكتب حدود الفئات حسب التوزيع التكراري التالي بحيث نضمن أن كل قيمة من قيم البيانات تُضَمن في فئة واحدة من فئات التوزيع دون أي تكرار قد يحصل في هذه الفئة أو تلك وبحيث أن طول الفئة L يكون مساوياً للفرق مابين الحد الأعلى والحد الأدنى .

(مثال 1) :- البيانات التالية تمثل عدد أشجار البرتقال المملوكة من قبل 60 عائلة فلاحيه . يطلب تبويب هذه البيانات في جدول توزيع تكراري .

72	68	65	90	82	132	120	80	76	60
110	103	101	98	90	88	164	157	142	150
116	111	122	120	114	109	126	120	116	119
119	121	113	120	104	98	95	93	78	90
154	150	142	120	118	136	131	130	126	125
136	110	137	136	154	156	125	139	123	122

الحل : واضح إن المتغير العشوائي (عدد أشجار البرتقال) هو من النوع المتقطع .
إن اصغر قيمه في المجموعة هو العدد 60 , وان اكبر قيمه فيها هو العدد 164 وبذلك فإن المدى الكلي لهذه المجموعة هو

T.R = χ_L **-** χ_s **, T.R = 164 - 60 = 104**

وباستخدام صيغة يول في تحديد عدد فئات التوزيع نلاحظ إن

m = (2.5) . $\sqrt[4]{n}$

m = (2.5) . $\sqrt[4]{60}$ **= (2.5) . (2.783)**

m = 6.958

وحيث أن عدد الفئات يجب أن يكون عدد صحيح , سيتم تقريب قيمة m إلى اقرب عدد صحيح وهو 7 .

وبذلك فإن طول الفئة يمكن تحديده وفق الآتي

L = $\frac{T.R}{m}$

L = $\frac{104}{7}$ **= 14.857 ≈ 15**

واستناداً إلى طول الفئة نبدأ بتحديد حدي كل فئة على النحو التالي :

ت . الفئه	الحد الأدنى للفئه	الحد الأعلى للفئه	الفئات
1	60	60 + 15 - (1)=74	60 - 74
2	60 + 15=75	60 + 30 - (1)=89	75 - 89
3	60 + 30=90	60 + 45 - (1)=104	90 - 104
4	60 + 45=105	60 + 60 - (1)=119	105 - 119
5	60 + 60=120	60 + 75 - (1)=134	120 - 134
6	60 + 75=135	60 + 90 - (1)=149	135 - 149
7	60 + 90=150	60 + 105 - (1)=164	150 - 164

مركز الفئات (X)	التكرارات (f)	الفئات	ت . الفئه
67	4	60 - 74	1
82	5	75 - 89	2
97	10	90 - 104	3
112	12	105 - 119	4
127	16	120 - 134	5
142	7	135 - 149	6
157	6	150 - 164	7
		60	المجموع

وهذا يعني أن أربعة عوائل تمتلك عدد من أشجار البرتقال يتراوح عددها ما بين 60 إلى 74 شجرة , وخمس عوائل تمتلك ما بين 75 إلى 89 شجرة وهكذا .

العمود الأخير من الجدول (مركز الفئات) يعني أن أربعة عوائل تمتلك بالمتوسط 67 شجرة برتقال , وخمس عوائل تمتلك بالمتوسط 82 شجرة , وهكذا

ويلاحظ أن الفرق بين مركز الفئة اللاحق ومركز الفئة السابق ماهو إلا طول الفئة . فالفرق ما بين مركز الفئة الثانية ومركز الفئة الأولى 15=67-82 .وهو نفس الفرق ما بين مركز الفئة الثامنة ومركز الفئة السابعة .

(مثال 2) :- الأتي درجات امتحان لمادة ما من 25 درجة (أربعون درجة امتحانية فقط)

14	13	10	12	11	8	11	12	14	13
24	24	23	22	21	19	17	14	16	13
18	19	17	18	15	14	15	17	25	25
24	23	21	22	20	14	15	16	17	20

المطلوب :- نظم هذه الدرجات في جدول توزيع تكراري ؟

الحل : نلاحظ أن المتغير العشوائي (درجات الامتحان) من النوع المتقطع .

إن اصغر قيمة في المجموعة هو العدد 8 , وان اكبر قيمة فيها هو العدد 25 وبذلك فإن المدى الكلي لهذه المجموعة هو

T.R = $\chi_L - \chi_s$ **, T.R = 25 - 8 = 17**

وباستخدام صيغة سترجس في تحديد عدد فئات التوزيع نلاحظ إن

m = 1+(3.322).(log.n) , m = 1+ (3.322) (log 40) = 1+ 5.322 = 6.322

وحيث أن عدد الفئات يجب أن يكون عدد صحيح, سيتم تقريب قيمة m إلى اقرب عدد صحيح وهو 6 .

$$L = \frac{T.R}{m}$$

$$L = \frac{17}{6} = 2.833 \approx 3$$

واستناداً إلى طول الفئة نبدأ بتحديد حدي كل فئة على النحو التالي :

ت . الفئه	الحد الأدنى للفئه	الحد الأعلى للفئه	الفئات
1	8	8 + 3 - (1)=10	8 - 10
2	8 + 3 =11	8 + 6 - (1)=13	11 - 13
3	8 + 6 =14	8 + 9 - (1)=16	14 - 16
4	8 + 9 =17	8 + 12 - (1)=19	17 - 19
5	8 + 12 =20	8 + 15 - (1)=22	20 - 22
6	8 + 15 =23	8 + 18 - (1)=25	23 - 25

ت . الفئه	الفئات	التكرارات (f)	مركز الفئات (X)
1	8 - 10	2	9
2	11 - 13	7	12
3	14 - 16	10	15
4	17 - 19	8	18
5	20 - 22	6	21
6	23 - 25	7	24
المجموع		40	

وهذا يعني أن اثنين من الطلبة كانت درجاتهم مابين 10 – 8 درجة , وسبعة طلاب كانت درجاتهم ما بين 13 - 11 درجة , وهكذا .

2- في حالة المتغيرات العشوائية المستمرة :-

في هذه الحالة نكتب حدود الفئات كما هو موضح في التوزيع التكراري التالي بحيث نضمن أن كل قيمة من قيم البيانات تُضَمن في فئة واحدة من فئات التوزيع دون أي تكرار قد يحصل في هذه الفئة أو تلك , وبحيث أن طول الفئة L يكون مساوياً للفرق مابين الحد الأعلى والحد الأدنى .

تسلسل الفئة	الحد الأدنى	اقل من الحد الأعلى
1	χ_s (اصغر قيمة)	χ_s + L (اصغر قيمة+طول الفئة)
2	χ_s + L (اصغر قيمة+طول الفئة)	χ_s +2L (اصغر قيمة+اثنين من طول الفئة)
3	χ_s +2L(اصغر قيمة+اثنين من طول الفئة)	χ_s +3L (اصغر قيمة+ثلاثة من طول الفئة)

.

M χ_s +L(m-1)(اصغرقيمة+(m-1)من طول الفئة) χ_s +L(m)(اصغرقيمة+(m)من طول الفئة)

(<u>مثال 1</u>) :- البيانات التالية تمثل أوزان عينة من طلبة إحدى الكليات قوامها (100 طالب) يطلب تفريغ هذه البيانات في جدول توزيع تكراري , ومن ثم حساب مراكز الفئات ؟

77.2	**62.3**	**47.8**	**46**	**55**	**94**	**83**	**70.5**	**65.3**	**101**
82.4	**60.2**	**73.8**	**73.2**	**70**	**68.3**	**66.9**	**66.5**	**62.9**	**61.3**
78.3	**75.1**	**80.2**	**74.1**	**51.8**	**52.6**	**58.7**	**54.4**	**59.9**	**58.2**
81.5	**76.3**	**80.1**	**89.1**	**88.2**	**67.1**	**65.2**	**66.3**	**62**	**58.5**
67	**73.6**	**72.1**	**65.3**	**66.2**	**64.9**	**63.1**	**65**	**61.1**	**96.3**
88.1	**85**	**79.3**	**68.1**	**62.1**	**55**	**49.2**	**60.1**	**71.2**	**69.2**
59.8	**58.1**	**62.3**	**69.1**	**75**	**84**	**82**	**81.3**	**88.2**	**95.1**
74.5	**81.3**	**79.2**	**75.1**	**69.3**	**65.2**	**67**	**66**	**55.1**	**52.9**
77.8	**72.1**	**68.4**	**66.2**	**65.1**	**63**	**59.4**	**58.6**	**54.8**	**51.9**
59.6	**54.8**	**66.2**	**65.7**	**64.8**	**72.1**	**73.9**	**71.2**	**69.1**	**78.3**

الحل :- واضح أن المتغير العشوائي (وزن الطالب / بالكغم) هو من النوع المستمر وعليه سوف نستخدم اسلوب تكوين التوزيع التكراري الخاص بالمتغيرات المستمرة .

إن اصغر قيمة في المجموعة تمثل العدد 46 , وان اكبر قيمة فيها تمثل العدد 101 وعليه فأن المدى الكلي لهذه المجموعة هو

T.R = χ_L **-** χ_s **, T.R = 101 - 46 = 56**

وباستخدام صيغة سترجس في تحديد عدد فئات التوزيع نلاحظ إن

m = 1+(3.322).(log.n) , m = 1+ (3.322) (log 100) = 1+ 6.644 = 7.644

وحيث أن عدد الفئات يجب أن يكون عدد صحيح لذا يتم تقريب قيمة m إلى اقرب عدد صحيح وهو8 .

عليه فإن طول الفئة يمكن تحديده وفق الأتي :-

L = $\frac{T.R}{m}$ **, L =** $\frac{56}{8}$ **= 7**

واستناداً إلى طول الفئة نبدأ بتحديد حدي كل فئة وعلى النحو التالي :-

ت . الفئة	الحد الأدنى للفئة	الحد الأعلى للفئة (اقل من)	الفئات
1	**46**	**46 + 7 =53**	**من 46 إلى اقل من 53**
2	**46 + 7 =53**	**46 + 14 =60**	**من 53 إلى اقل من 60**
3	**46 + 14 =60**	**46 + 21 =67**	**من 60 إلى اقل من 67**
4	**46 + 21 =67**	**46 + 28 =74**	**من 67 إلى اقل من 74**
5	**46 + 28 =74**	**46 + 35 =81**	**من 74 إلى اقل من 81**
6	**46 + 35 =81**	**46 + 42 =88**	**من 81 إلى اقل من 88**
7	**46 + 42 =88**	**46 + 49 =95**	**من 88 إلى اقل من 95**
8	**46 + 49 =95**	**46 + 56 =102**	**من 95 إلى اقل من 102**

ولأغراض السهولة في كتابة الفئات بشكلها النهائي , يفضل اعتماد الشكل التالي :-

ت . الفئة	الفئات	التكرارات (f)	مركز الفئات (X)
1	46 -	7	49.5
2	53 -	15	56.5
3	60 -	27	63.5
4	67 -	21	70.5
5	74 -	14	77.5
6	81 -	8	84.5
7	88 -	5	91.5
8	95 – 102	3	98.5
المجموع		100	

من هذا الجدول نلاحظ أن 7 طلاب أوزانهم تتراوح مابين 46 كغم وأقل من 53 كغم, وأن 15 طالب تتراوح أوزانهم ما بين 53 كغم وأقل من 60 كغم , وهكذا .

ونلاحظ أيضاً أن7 طلاب أوزانهم بالمتوسط هي 49.5 , وان 15 طالب أوزانهم بالمتوسط 56.5 كغم وهكذا.

(مثال 2)

البيانات التالية تمثل معدلات مجموعة من الطلبة خريجي الدراسة الإعدادية / الفرع العلمي (67 معدل) مقربة لمرتبة عشرية واحدة . يطلب تفريغ هذه البيانات في جدول توزيع تكراري ؟

55.2	**68.1**	**79**	**95**	**85.9**	**82.3**	**53**	**64.2**	**68**	**70.8**
75.1	**63.2**	**86**	**89**	**70.7**	**71.3**	**55**	**92.1**	**89**	**58.3**
62.2	**71.3**	**64.1**	**80**	**93**	**94.1**	**82.5**	**81.6**	**66.2**	**63.1**
71.8	**74.2**	**69.2**	**54**	**55.3**	**91**	**86.9**	**83.1**	**82.2**	**86.6**
74	**76.3**	**66.1**	**62.5**	**87.7**	**60.1**	**61.3**	**62.9**	**69**	**81.7**
88	**54.1**	**60.2**	**66.1**	**92.1**	**87**	**76**	**71.1**	**75.3**	**80.2**
60.1	**59.2**	**58**	**62.9**	**61.3**	**70.2**	**72.7**			

الحل

واضح أن المتغير العشوائي (معدل الطالب) هو من النوع المستمر وعليه سوف نستخدم اسلوب تكوين التوزيع التكراري الخاص بالمتغيرات المستمرة .

إن اصغر قيمة في المجموعة تمثل العدد 54 , وان اكبر قيمة فيها تمثل العدد 95 وعليه فأن المدى الكلي لهذه المجموعة هو

T.R = χ_L **-** χ_s **, T.R = 95 - 53 = 42**

وباستخدام صيغة يول في تحديد عدد فئات التوزيع نلاحظ أن

m = (2.5) . $\sqrt[4]{n}$

$$m = 2.5 \cdot \sqrt[4]{67} = 2.5 \cdot (2.861)$$

$$m = 7.15$$

وحيث أن عدد الفئات يجب أن يكون عدد صحيح لذا يتم تقريب قيمة m إلى اقرب عدد صحيح وهو 7.

وبذلك فإن طول الفئة يمكن تحديده وفق الآتي

$$L = \frac{T.R}{m}$$

$$L = \frac{42}{7} = 6$$

واستناداً إلى طول الفئة نبدأ بتحديد حدي كل فئة وعلى النحو التالي :-

ت . الفئة	الحد الأدنى للفئة	الحد الأعلى للفئة(اقل من)	الفئات
1	53	53 + 6 =59	من 53 إلى اقل من 59
2	53 + 6 =59	53 + 12 =65	من 59 إلى اقل من 65
3	53 + 12 =65	53 + 18 =71	من 65 إلى اقل من 71
4	53 + 18 =71	53 + 24 =77	من 71 إلى اقل من 77
5	53 + 24 =77	53 + 30 =83	من 77 إلى اقل من 83
6	53 + 30 =83	53 + 36 =89	من 83 إلى اقل من 89
7	53 + 36 =89	53 + 42 =95	من 89 إلى اقل من 95

ولإغراض السهولة في كتابة الفئات بشكلها النهائي , يفضل اعتماد الشكل التالي :-

ت . الفئة	الفئات	التكرارات (f)	مركز الفئات (X)
1	53 -	8	56
2	59 -	14	62
3	65 -	10	68
4	71 -	11	74
5	77 -	8	80
6	83 -	8	86
7	89 – 95	8	92
المجموع		67	

من هذا الجدول نلاحظ أن 8 طلاب معدلاتهم تتراوح مابين 53 وأقل من 59 , وأن 14 طالب تتراوح معدلاتهم ما بين 59 وأقل من 65 , وهكذا .

ونلاحظ أيضاً أن8 طلاب معدلاتهم بالمتوسط هي 56 , وان 14 طالب معدلاتهم بالمتوسط 62 وهكذا.

2 – 2 العرض الهندسي للبيانات

بغية إعطاء فكرة واضحة وسريعة عن البيانات فأنه يتم في أحوال كثيرة عرض هذه البيانات بهيئة رسوم بيانية وأشكال هندسية متعددة الأشكال والتصاميم والبعض منها بهيئة رسوم تصويرية ,هذه الرسوم والأشكال للبيانات الغير مبوبة هي :-

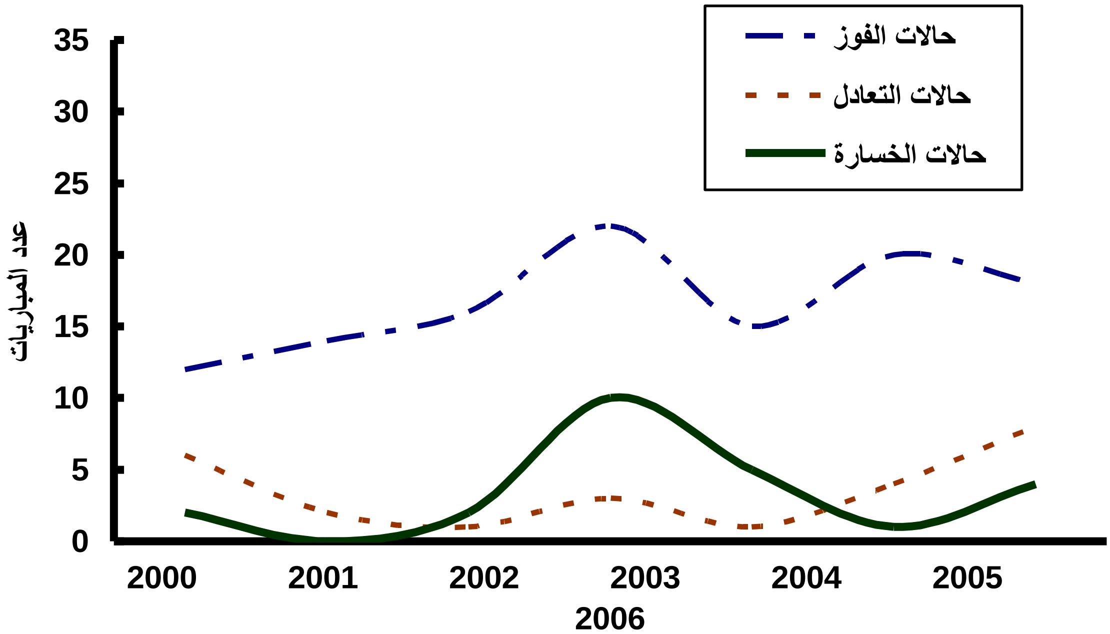
2 -2 -1 الخط البياني Line – Chart

عبارة عن شكل بياني يوضح التغيرات الحاصلة في ظاهرة معينه عبر فترة معينة من الزمن . وهو شكل نافع في حالة إجراء المقارنة بين ظاهرتين أو أكثر مقاسةً بنفس وحدات القياس . على سبيل المثال مقارنة التغيرات الحاصلة بين كميات النفط المنتجة والمصدرة . مقارنة التغيرات الحاصلة بين تكاليف إنتاج سلعة معينة والأرباح المتحققة من مبيعاتها خلال فترة زمنية معينة .

(مثال) :- الأتي توزيع يمثل عدد مباريات كرة القدم التي خاضها فريق معين وعدد حالات الفوز والتعادل والخسارة التي تحققت من هذه المباريات خلال الفترة (من عام 2000- والى 2006) . يطلب تمثيل هذه البيانات بخطوط بيانية ؟

السنوات	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
عدد المباريات	20	16	19	35	21	25	30
حالات الفوز	12	14	16	22	15	20	18
حالات التعادل	6	2	1	3	1	4	8
حالات الخسارة	2	0	2	10	5	1	4

الحل:- نحدد ثلاثة أنواع من الخطوط لتمثيل حالات الفوز والخسارة والتعادل وكما يبين الشكل في أدناه :-



شكل (2- 1) توزيع عدد المباريات التي خاضها فريق معين بكرة القدم ونتائج هذه المباريات للفترة من سنة (2000- 2006)

2 -2 -2 الأشرطة البيانية Bar – Chart

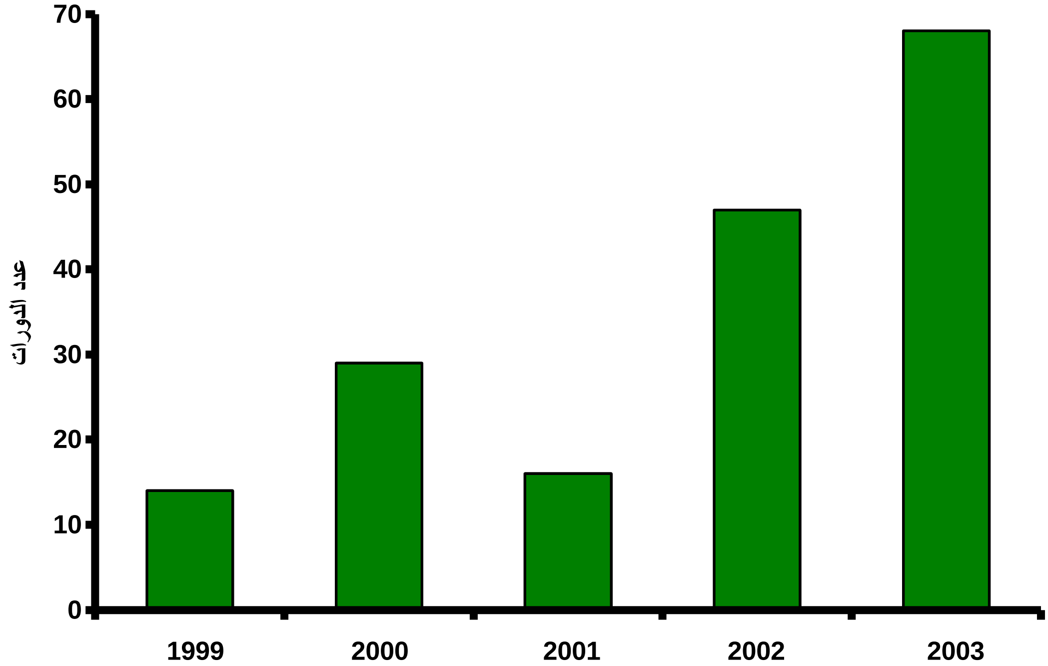
عبارة عن مجموعة من المستطيلات الرأسية أو الأفقية قواعدها متساوية وتمثل الصفة التي تم على أساسها التبويب (سنة , شهر , محافظة , صنف دم , ...الخ) وارتفاعاتها تمثل البيانات المقابلة لتلك الصفة (درجات الحرارة , كميات محصول الحنطة حسب المحافظات , عدد المرضى حسب صنف الدم , ... الخ).

(مثال) :- بلغ عدد الدورات التدريبية التي نفذت من قبل كليات إحدى الجامعات للعاملين في مؤسسات الدولة للفترة (من عام 1999 - والى عام 2003) كما يلي :-

السنة	1999	2000	2001	2002	2003
عدد الدورات	14	29	16	47	68

المطلوب تمثيل هذه البيانات بأشرطة بيانيه ؟

الحل : نختار قاعدة لكل مستطيل (شريط) بطول مناسب , ونقسم المحور العمودي على نحو ملائمٍ للبيانات (عدد الدورات) وكما موضح أدناه :-



شكل (2-2) توزيع عدد الدورات التدريبية المنفذة من قبل كليات جامعة معينة للفترة (1999-2003)

ملاحظة :- هنالك نوع آخر من الأشرطة البيانية تدعى "ألأشرطة البيانية المركبة " تخص صنفين أو أكثر من البيانات , مثل عدد الطلبة المقبولين في التعليم العالي للسنوات (2000 -2005) مصنفين حسب جنسهم (ذكر, أنثى) ,عدد سكان العراق حسب التعدادات السكانية المنفذة مصنفين حسب الحالة الاجتماعية (أعزب, متزوج, أرمل , مطلق).

---

2 -2 -3 الدائرة البيانية Bie – Chart

وهي عبارة عن شكل هندسي يستخدم لتمثيل بيانات ظاهرة معينة يمكن تجزئتها إلى عدد من الأصناف مثل عدد الطلبة موزعين حسب المراحل الدراسية , تكاليف إنتاج سلعة معينة .وفكرة هذا الشكل هو اختيار دائرة ذات قطر مناسب , هذه الدائرة تمثل مجموع البيانات الكلية , أما تصنيفات هذه البيانات فيتم تمثيلها بقطاعات داخل هذه الدائرة بحيث أن مجموع مساحات القطاعات تمثل مساحة الدائرة . وبهدف تحديد كل قطاع فانه يتوجب تحديد زاوية كل منها وفق ما يلي :-

$$\text{زاوية القطاع} = \frac{\text{عدد بيانات الصنف}}{} \times 360$$

مجموع البيانات الكلية

(مثال) :- بلغ عدد الطلبة في إحدى الكليات 2000 طالب وطالبه (منهم 800 في الصف الأول , 500 طالب في الصف الثاني , 400 في الصف الثالث , 300 في الصف الرابع) , يطلب تمثيل هذه البيانات بدائرة بيانية .

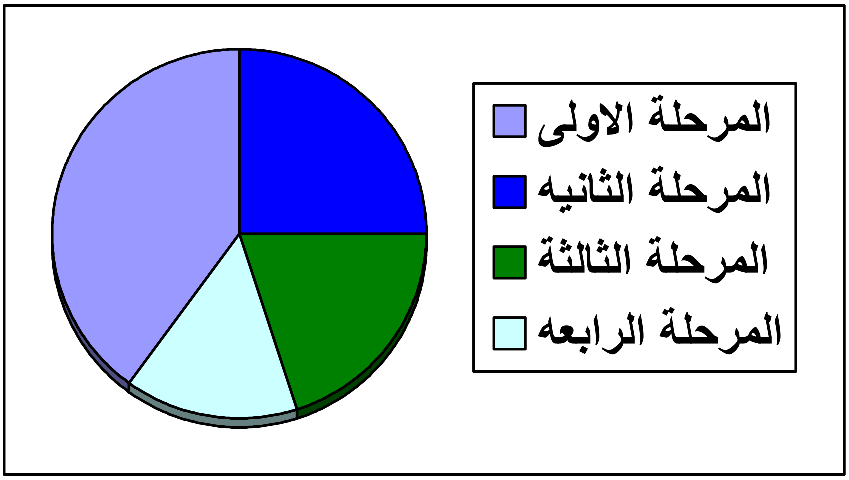
الحل :- نختار دائرة ذات قطر مناسب كأن يكون 10 سم . ونبدأ بتحديد زاوية كل قطاع الذي يمثل مرحلة معينة .

زاوية قطاع المرحلة الأولى = $\frac{800}{2000}$ x 360 = 144

زاوية قطاع المرحلة الثانية = $\frac{500}{2000}$ x 360 = 90

زاوية قطاع المرحلة الثالثة = $\frac{400}{2000}$ x 360 = 72

زاوية قطاع المرحلة الرابعة = $\frac{300}{2000}$ x 360 = 54



شكل (2-3) توزيع عدد الطلبة حسب المراحل في إحدى كليات جامعة معينة

2 -2 -4 المستطيل البياني Rectangular – Chart

وهو عبارة عن شكل هندسي يستخدم لتمثيل بيانات ظاهرة معينة يمكن تجزئتها إلى عدد من الأصناف مثل عدد الطلبة موزعين حسب المراحل الدراسية , تكاليف إنتاج سلعة معينة .وفكرة هذا الشكل هو اختيار مستطيل ذو قاعدة مناسبة , هذا المستطيل يمثل مجموع البيانات الكلية , وبعد ذلك يتم تمثيل كل صنف من البيانات بمستطيل جزئي داخل المستطيل الكبير بحيث إن مجموع مساحات المستطيلات الجزئية تمثل مساحة المستطيل الكبير.

وتتم عملية تحديد أبعاد المستطيلات الجزئية وفق ما يلي :-

طول قاعدة المستطيل الجزئي = $\frac{\text{عدد بيانات الصنف}}{\text{مجموع البيانات الكلية}}$ X طول قاعدة المستطيل الكبير

(مثال) :- بلغ عدد الطلبة في إحدى الكليات 2000 طالب وطالبه (منهم 800 في الصف الأول , 500 طالب في الصف الثاني , 400 في الصف الثالث , 300 في الصف الرابع) , يطلب تمثيل هذه البيانات بمستطيل بياني .

الحل :

نختار مستطيل ذو قاعدة مساوية إلى 10 سم .ونبدأ بتحديد طول قاعدة كل مستطيل جزئي الخاص بذلك الصف .

قاعدة مستطيل المرحلة الأولى = $\frac{800}{2000}$ x 10 سم = 4 سم

قاعدة مستطيل المرحلة الثانية = $\frac{500}{2000}$ x 10 سم = 2.5 سم

قاعدة مستطيل المرحلة الثالثة = $\frac{400}{2000}$ x 10 سم = 2 سم

قاعدة مستطيل المرحلة الرابعة = $\frac{300}{2000}$ x 10 سم = 1.5 سم

شكل (2 - 4) المستطيل البياني لتوزيع عدد الطلبة حسب المراحل في إحدى كليات جامعة معينة

أما الرسوم والأشكال **للبيانات المبوبة** فهي :-

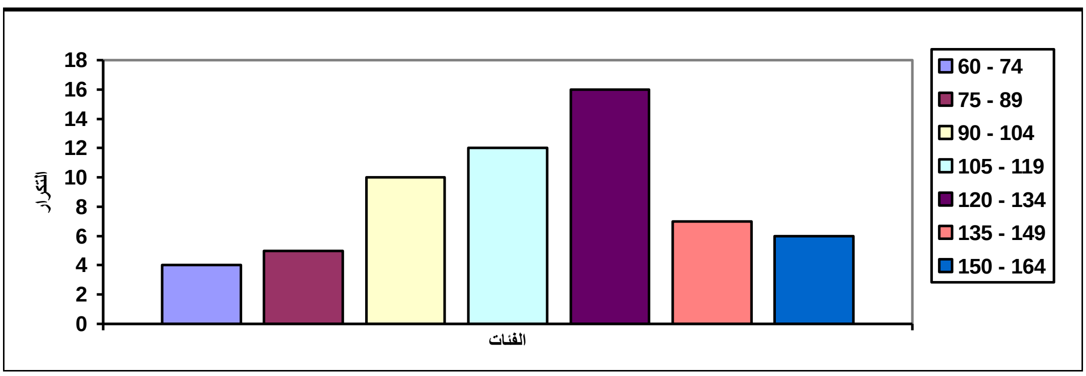
2 - 2 - 5 المدرج التكراري Histogram

عبارة عن مجموعة من المستطيلات قاعدة كل منها تمثل طول الفئة في التوزيع التكراري وارتفاع كل منها يمثل قيمة التكرار المقابل لتلك الفئة . هذه المستطيلات تكون منفصلة في حالة المتغيرات المتقطعة وتكون متصلة مع بعضها في حالة المتغيرات المستمرة .

مثال (1) :- الأتي توزيع تكراري يمثل توزيع 60 عائلة فلاحية حسب ملكيتها من عدد أشجار البرتقال .يطلب رسم المدرج التكراري لهذا التوزيع ؟

الفئات	التكرارات (f)
60 – 74	4
75 – 89	5
90 – 104	10
105 – 119	12
120 – 134	16
135 – 149	7
150 – 164	6

الحل :- واضح أن المتغير العشوائي من النوع المتقطع , وعليه فأن المدرج التكراري سيكون كالأتي :-

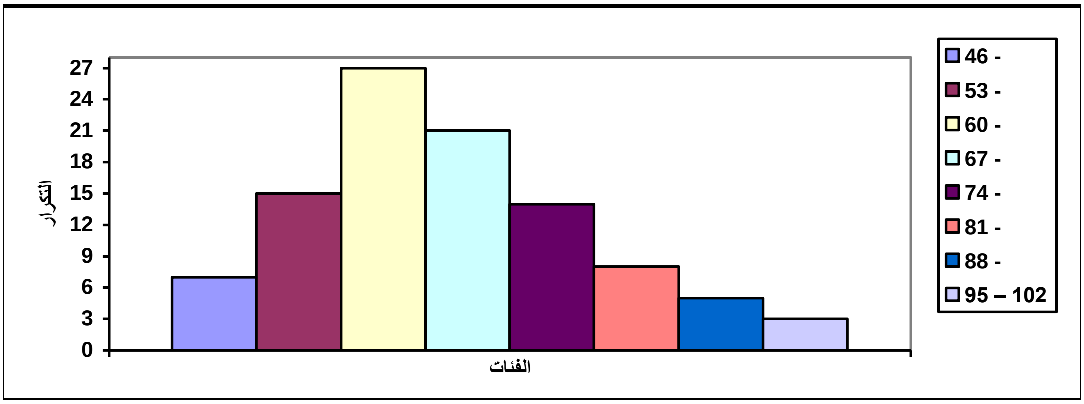


شكل (2- 5) المدرج التكراري لتوزيع العوائل الفلاحية حسب ملكيتها من الأشجار (متغير متقطع)

(مثال 2) :- الأتي توزيع تكراري لأوزان عينة من طلبة إحدى الكليات قوامها 100 طالب . يطلب رسم المدرج التكراري لهذا التوزيع ؟

الفئات	التكرارات (f)
46 -	7
53 -	15
60 -	27
67 -	21
74 -	14
81 -	8
88 -	5
95 – 102	3

الحل :- واضح أن المتغير العشوائي من النوع المستمر , وعليه فأن المدرج التكراري سيكون كالأتي :-



شكل (2-6) المدرج التكراري لأوزان عينه من الطلبة قوامها 100 طالب(متغير مستمر)

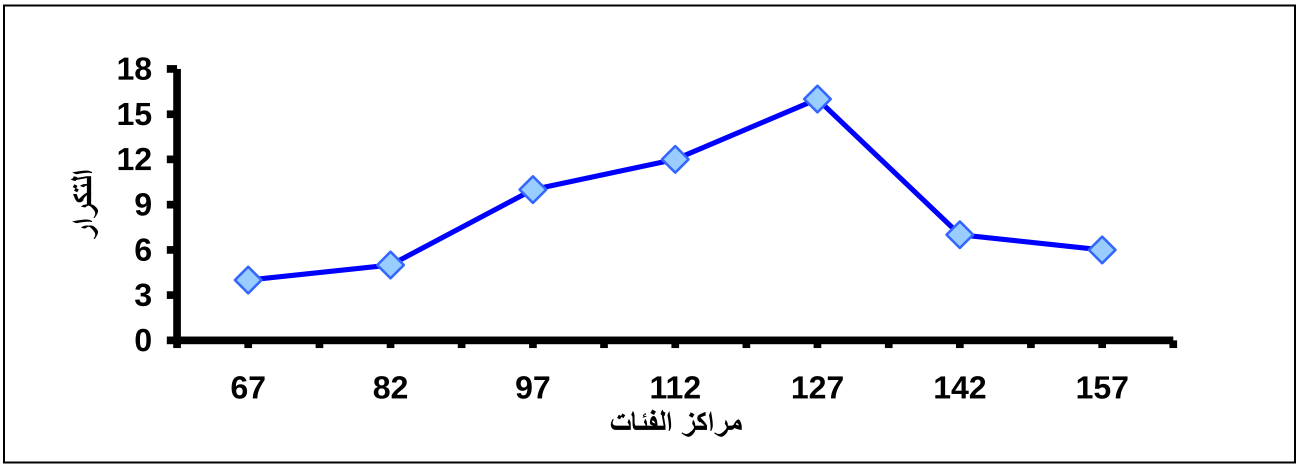
2 -2- 6 المضلع التكراري Frequency polygon

عبارة عن عدد من المستقيمات المتصلة مع بعضها على شكل سلسلة , ونقطة اتصال المستقيم بالآخر تقابل مركز الفئة . وهذا يعني انه عند رسم مضلع تكراري يستوجب الأمر إيجاد مراكز الفئات ومن ثم رسم المضلع على أساس أزواج القيم (مركز الفئة , التكرار) .

(مثال) :- الأتي توزيع تكراري يمثل توزيع 60 عائلة فلاحية حسب ملكيتها من عدد أشجار البرتقال , يطلب رسم المضلع التكراري لهذا التوزيع ؟

الفئات	التكرارات (f)	مركز الفئات (X)
60 - 74	4	67
75 - 89	5	82
90 - 104	10	97
105 - 119	12	112
120 - 134	16	127
135 - 149	7	142
150 - 164	6	157

الحل :-



شكل (2-7) مضلع تكراري يوضح توزيع العوائل الفلاحية حسب ملكيتها من أشجار البرتقال

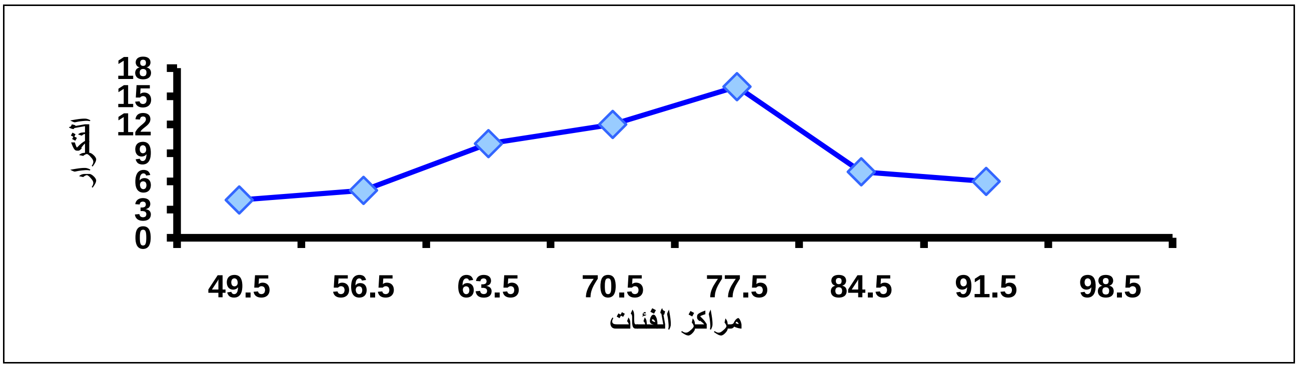
2 -2 -7 المنحني التكراري Frequency curve

لا تختلف فكرة رسم المنحني التكراري عن المضلع التكراري من حيث الأسلوب ولكن الفرق الوحيد بينهما هو انه بدلاً من توصيل النقاط (مركز الفئة , التكرار) بمستقيمات فأنه يتم تمرير منحنى مابين هذه النقاط هذا المنحنى يمثل المنحنى التكراري للتوزيع . إن المنحنى التكراري يتم رسمه للتوزيعات التكرارية الخاصة بالمتغير من النوع المستمر فقط وذلك لاعتبارات تتعلق بموضوع " الاستمرارية " في حساب التفاضل والتكامل .

(مثال 1):-_جدول التوزيع التكراري التالي يمثل توزيع أوزان عينه من طلبة إحدى الكليات قوامها (100 طالب) , يطلب رسم المنحني التكراري لهذا التوزيع ؟

الفئات	التكرارات (f)	مركز الفئات (X)
46 -	7	49.5
53 -	15	56.5
60 -	27	63.5
67 -	21	70.5
74 -	14	77.5
81 -	8	84.5
88 -	5	91.5
95 – 102	3	98.5

الحل :-



شكل (2 -8) المنحني التكراري يوضح توزيع أوزان 100 طالب في إحدى الكليات

2 -3 التوزيعات التكرارية المتجمعة Cumulative frequency distribution

وهو التوزيع الذي يبين كمية التكرار المتجمع عند قيمة معينة من قيم المتغير العشوائي , وهذا التوزيع على نوعين هما :-

أولاً :- التوزيع التكراري المتجمع الصاعد

وهو التوزيع الذي يبين تراكم التكرارات ابتداءً من الفئة الأولى في التوزيع وانتهاءً بالفئة الأخيرة منه . ويتم حساب التكرارات المتجمعة على أساس الحدود العليا للفئات . فإذا كان المتغير العشوائي من **النوع المتقطع** فإن التوزيع التكراري المتجمع الصاعد في هذه الحالة يأخذ الشكل التالي :

الحدود العليا للفئات	عبارة التجميع	التكرارالأصلي fi	التكرار المتجمع الصاعدF
+1 L -1 χ_s	اقل من أو يساوي قيمة الحد الأعلى للفئة	**f1**	**F1= f1**
+2 L -1 χ_s	اقل من أو يساوي قيمة الحد الأعلى للفئة	**f2**	**F2= f1+f2**
+3 L -1 χ_s	اقل من أو يساوي قيمة الحد الأعلى للفئة	**f3**	**F3= f1+f2+f3**
⋮	⋮	⋮	⋮
+m L -1 χ_s	اقل من أو يساوي قيمة الحد الأعلى للفئة	**fm**	**Fm= f1+f2+f3+…+fm=n**
المجموع		n	

(مثال) :- الأتي توزيع تكراري يمثل توزيع 60 عائلة فلاحيه حسب ملكيتها من عدد أشجار البرتقال , يطلب تكوين التوزيع التكراري المتجمع الصاعد ؟

الفئات	**60 - 74**	**75 - 89**	**90 - 104**	**105 - 119**	**120 - 134**	**135 - 149**	**150 - 164**
التكرارات (f)	**4**	**5**	**10**	**12**	**16**	**7**	**6**

الحل :- نبدأ بتحديد الحدود العليا للفئات ومن ثم يتم تجميع التكرارات الصاعدة إبتداً من الفئة الأولى وكما يلي:-

الفئات	**الحدود العليا للفئات**	**التكرارات (f)**	**التكرار المتجمع الصاعدF**
60 – 74	**74**	**4**	**4**
75 – 89	**89**	**5**	**9**
90 – 104	**104**	**10**	**19**
105 – 119	**119**	**12**	**31**
120 – 134	**134**	**16**	**47**
135 – 149	**149**	**7**	**54**
150 – 164	**164**	**6**	**60**

وهذا يعني إن عدد العوائل التي تمتلك 104 شجرة فأقل هو 19 عائلة , وان عدد العوائل التي تمتلك 149 شجرة فأقل هو 54 عائلة وهكذا التفسير .

أما إذا كان المتغير العشوائي من **النوع المستمر** فإن التوزيع التكراري المتجمع الصاعد يأخذ الشكل التالي :

الحدود العليا للفئات	**عبارة التجميع**	**التكرارالأصليfi**	**التكرار المتجمع الصاعدF**
+1 L -1 χ_s	اقل من قيمة الحد الأعلى للفئة	**f1**	**F1= f1**

F2= f1+f2	f2	اقل من قيمة الحد الأعلى للفئة	+2 L -1 χ_s
F3= f1+f2+f3	f3	اقل من قيمة الحد الأعلى للفئة	+3 L -1 χ_s
⋮	⋮	⋮	⋮
Fm= f1+f2+f3+…+fm=n	fm	اقل من قيمة الحد الأعلى للفئة	+m L -1 χ_s

(مثال):- الأتي توزيع تكراري لأوزان عينة من طلبة إحدى الكليات قوامها (100 طالب) , يطلب تكوين التوزيع التكراري المتجمع الصاعد ؟

95 – 102	88 -	81 -	74 -	67 -	60 -	53 -	46 -	الفئات
3	5	8	14	21	27	15	7	التكرارات(f)

الحل :- نبدأ بتحديد الحدود العليا للفئات ومن ثم يتم تجميع التكرارات الصاعدة إبتداً من الفئة الأولى وكما يلي :-

التكرار المتجمع الصاعدF	التكرارات (f)	الحدود العليا للفئات	الفئات
7	7	53	46 -
22	15	60	53 -
49	27	67	60 -
70	21	74	67 -
84	14	81	74 -
92	8	88	81 -
97	5	95	88 -
100	3	102	95 – 102

وهذا يعني إن 22 طالب تقل أوزانهم عن 60 كغم , وان 70 طالب تقل أوزانهم عن 74 كغم .

ثانياً :- التوزيع التكراري المتجمع النازل

وهو التوزيع الذي يبين تناقص التكرارات ابتداءً من الفئة الأولى في التوزيع وانتهاءً بالفئة الأخيرة منه . ويتم حساب التكرارات المتجمعة على أساس الحدود الدنيا للفئات . فإذا كان المتغير العشوائي من **النوع المتقطع** فإن التوزيع التكراري المتجمع النازل في هذه الحالة يأخذ الشكل التالي :

التكرار المتجمع النازل F'	التكرارfi	عبارة التجميع	الحدود الدنيا
1 = n F'	f1	اكبر من أو يساوي قيمة الحد الأدنى للفئة	χ_s
2 = n - f1 F'	f2	اكبر من أو يساوي قيمة الحد الأدنى للفئة	+1 L -1 χ_s
3 = n- f1 - f2 F'	f3	اكبر من أو يساوي قيمة الحد الأدنى للفئة	+2 L -1 χ_s
⋮	⋮	⋮	⋮

F' m = n - f1- f2-…-fm	fm	اكبر من أو يساوي قيمة الحد الأدنى للفئة	χ_s +(m-1) L
	n		المجموع

(مثال) :- الأتي جدول توزيع تكراري يمثل توزيع 60 عائلة فلاحية حسب ملكيتها من عدد أشجار البرتقال يطلب تكوين التوزيع التكراري المتجمع النازل ؟.

150 - 164	135 - 149	120 - 134	105 - 119	90 - 104	75 - 89	60 - 74	الفئات
6	7	16	12	10	5	4	التكرارات (f)

الحل :- نبدأ بتحديد الحدود الدنيا للفئات ومن ثم يتم تناقص التكرارات الصاعدة إبتداً من الفئة الأولى وكما يلي:-

التكرار المتجمع النازل F'	التكرارات (f)	الحدود الدنيا للفئات	الفئات
60	4	60	60 – 74
56	5	75	75 – 89
51	10	90	90 – 104
41	12	105	105 – 119
29	16	120	120 – 134
13	7	135	135 – 149
6	6	150	150 – 164

وهذا يعني إن عدد العوائل التي تمتلك 90 شجرة فأكثر هو 51 عائلة , وان عدد العوائل التي تمتلك 120 شجرة فأكثر هو 29 عائلة وهكذا التفسير .

أما إذا كان المتغير العشوائي من **النوع المستمر** فإن التوزيع التكراري المتجمع النازل يأخذ الشكل التالي

(مثال) :-الأتي توزيع تكراري لأوزان عينة من طلبة إحدى الكليات قوامها (100 طالب) , يطلب تكوين التوزيع التكراري المتجمع النازل ؟

95 – 102	88 -	81 -	74 -	67 -	60 -	53 -	46 -	الفئات
3	5	8	14	21	27	15	7	التكرارات (f)

الحل :- نبدأ بتحديد الحدود العليا للفئات ومن ثم يتم تجميع التكرارات الصاعدة إبتداً من الفئة الأولى وكما يلي :-

التكرار المتجمع النازل F'	التكرارات (f)	الحدود الدنيا للفئات	الفئات
100	7	46	46 -
93	15	53	53 -
78	27	60	60 -
51	21	67	67 -
30	14	74	74 -
16	8	81	81 -
8	5	88	88 -
3	3	95	95 – 102

وهذا يعني إن عدد الطلبة الذين أوزانهم 60 كغم فأكثر هو 78 طالب , وان عدد الطلبة الذين أوزانهم 81 كغم فأكثر هو 16 طالب .

2 -4 تمثيل التوزيعات التكرارية المتجمعة بيانياً

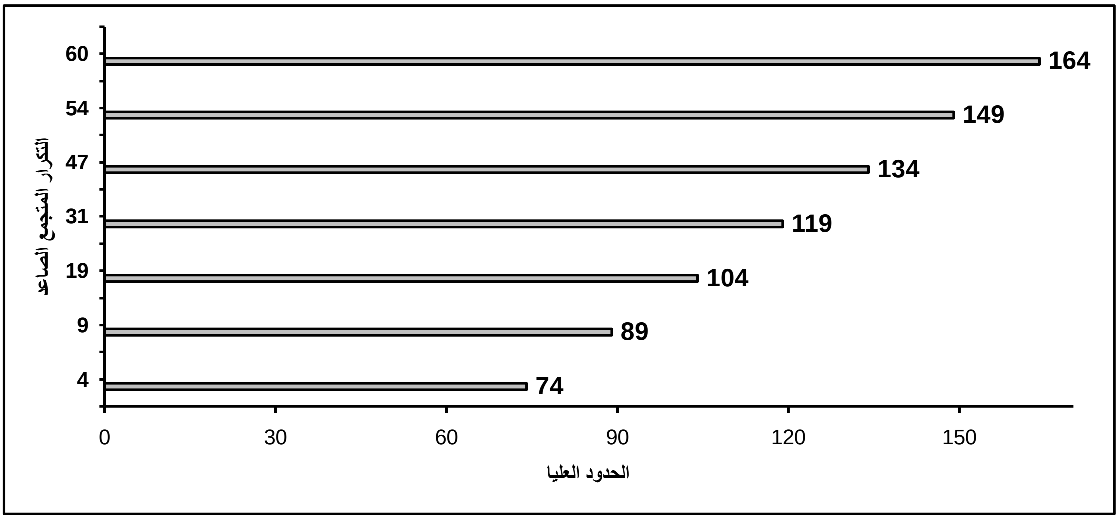
أ - تمثيل التوزيعات التكرارية المتجمعة الصاعدة

لغرض تمثيل هذا النوع من التوزيعات يتوجب تحيد نوع المتغير العشوائي ثم تحديد الحدود العليا للفئات . بعد ذلك يتم تحديد النقاط التي إحداثياتها تمثل أزواج القيم (الحدود العليا للفئات , التكرار المتجمع الصاعد) , إذا كان **المتغير العشوائي من النوع المتقطع** فإن الشكل البياني الذي يوضح هذا التوزيع هو المعطى بالمثال التالي :-

(مثال) :-ـ الأتي توزيع تكراري لستين عائلة فلاحية حسب ملكيتها من أشجار البرتقال . يطلب رسم التوزيع التكراري المتجمع الصاعد ؟

الفئات	الحدود العليا للفئات	التكرارات (f)	التكرار المتجمع الصاعدF
60 – 74	74	4	4
75 – 89	89	5	9
90 – 104	104	10	19
105 – 119	119	12	31
120 – 134	134	16	47
135 – 149	149	7	54
150 – 164	164	6	60

الحل : يتم تحديد النقاط التي إحداثياتها السينية تمثل الحدود العليا للفئات وإحداثياتها الصادية تمثل التكرار المتجمع الصاعد . وكما موضح بالشكل أدناه :



شكل (2- 9) التوزيع التكراري المتجمع الصاعد لعدد العوائل (متغير متقطع)

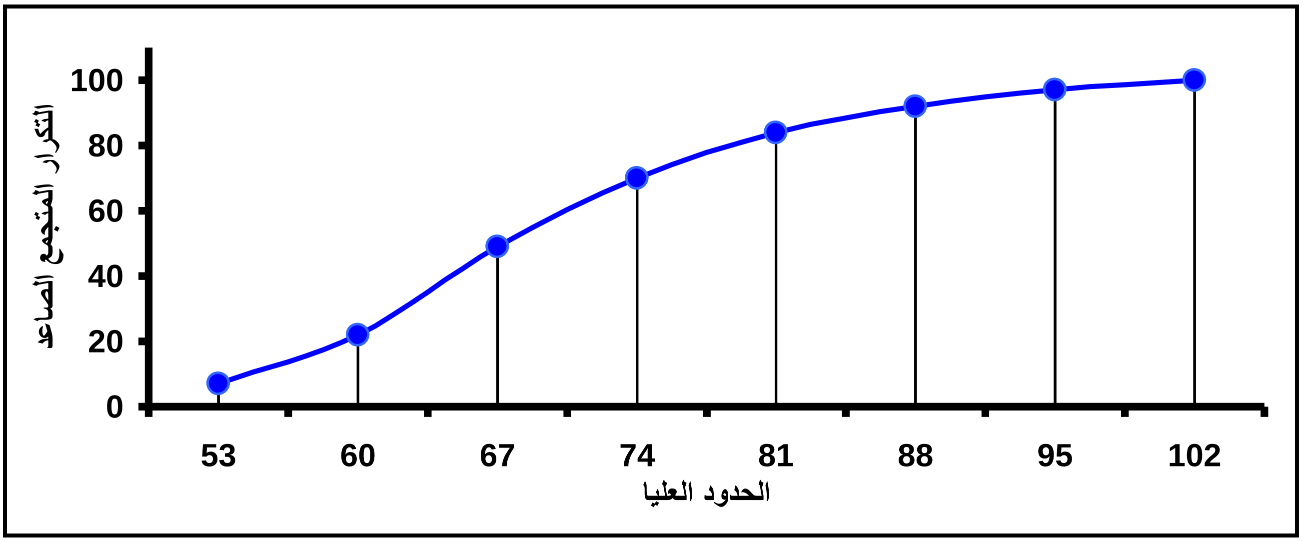
أما إذا كان **المتغير العشوائي من النوع المستمر** فإن الشكل البياني الذي يوضح هذا التوزيع هو المعطى بالمثال التالي :-

(مثال) :- الأتي توزيع تكراري لأوزان عينة من طلبة إحدى الكليات قوامها (100 طالب) , يطلب رسم التوزيع التكراري المتجمع الصاعد ؟

الفئات	الحدود العليا للفئات	التكرارات (f)	التكرار المتجمع الصاعدF
46 -	53	7	7
53 -	60	15	22
60 -	67	27	49
67 -	74	21	70

74 -	81	14	84
81 -	88	8	92
88 -	95	5	97
95 – 102	102	3	100

الحل :



شكل (2- 10) التوزيع التكراري المتجمع الصاعد لأوزان الطلبة (متغير مستمر)

ب - تمثيل التوزيعات التكرارية المتجمعة النازلة

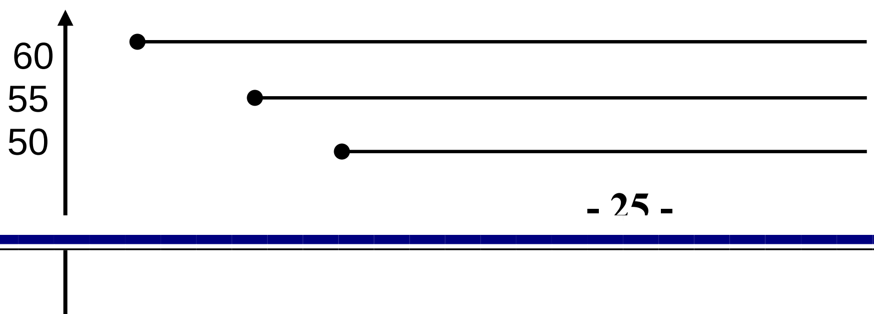
لغرض تمثيل هذا النوع من التوزيعات يتوجب تحديد نوع المتغير العشوائي ثم تحديد الحدود الدنيا للفئات . بعد ذلك يتم تحديد النقاط التي إحداثياتها تمثل أزواج القيم (الحدود الدنيا للفئات , التكرار المتجمع النازل) , إذا كان **المتغير العشوائي من النوع المتقطع** فإن الشكل البياني الذي يوضح هذا التوزيع هو المعطى بالمثال التالي :-

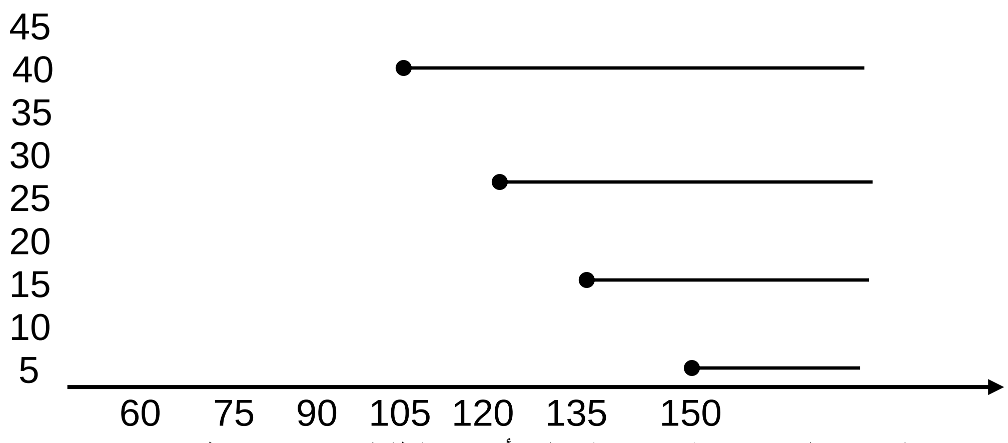
(مثال) :-

الأتي جدول توزيع تكراري يمثل توزيع 60 عائلة فلاحية حسب ملكيتها من عدد أشجار البرتقال .يطلب رسم التوزيع التكراري المتجمع النازل ؟

الفئات	الحدود الدنيا للفئات	التكرارات (f)	التكرار المتجمع النازل F'
60 – 74	60	4	60
75 – 89	75	5	56
90 – 104	90	10	51
105 – 119	105	12	41
120 – 134	120	16	29
135 – 149	135	7	13
150 – 164	150	6	6

الحل :- يتم تحديد النقاط التي إحداثياتها السينية تمثل الحدود الدنيا للفئات وإحداثياتها الصادية تمثل التكرار المتجمع النازل وكما يلي :





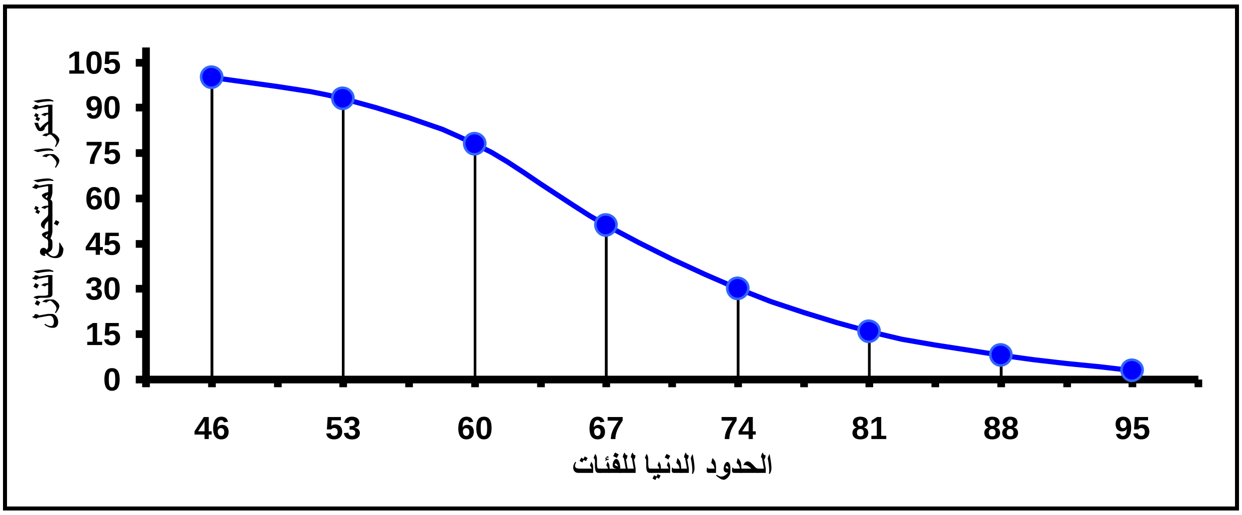
شكل (2- 11) التوزيع التكراري المتجمع النازل لأوزان الطلبة (متغير متقطع)

أما إذا كان **<u>المتغير العشوائي من النوع المستمر</u>** فإن الشكل الذي يوضح هذا التوزيع موضح بالمثال التالي :-

(<u>مثال</u>) :- الأتي توزيع تكراري لأوزان عينة من طلبة إحدى الكليات قوامها (100 طالب) , يطلب رسم التوزيع التكراري المتجمع النازل ؟

الفئات	الحدود الدنيا للفئات	التكرارات (f)	التكرار المتجمع النازل F'
46 -	46	7	100
53 -	53	15	93
60 -	60	27	78
67 -	67	21	51
74 -	74	14	30
81 -	81	8	16
88 -	88	5	8
95 – 102	95	3	3

الحل :



شكل (2- 12) التوزيع التكراري المتجمع النازل لأوزان الطلبة (متغير مستمر)

٥ - اختبار بعدي (Post test)

1 - عرف المتغير العشوائي والى كم نوع تقسم المتغيرات العشوائية , عددها فقط مع الأمثلة , ومخطط يوضح هذه التقسيمات ؟

2 - / الجدول التالي يبين المساحة المقاسة بمليون متر مربع لمحيطات العالم

المحيط	الهادي	الأطلسي	الهندي	القطبي الجنوبي	القطبي الشمالي
المساحة / كيلومتر مربع	**183.4**	**106.7**	**73.8**	**19.7**	**12.4**

المطلوب :- 1/ ارسم دائرة بيانية توضح مساحات المحيطات؟

2/ ارسم الأشرطة البيانية التي توضح مساحات المحيطات؟

ج 2 / 1- دائرة بيانية توضح مساحات المحيطات

نختار دائرة ذات قطر مناسب كأن يكون 10 سم . ونبدأ بتحديد زاوية كل قطاع الذي يمثل مرحلة معينه .

زاوية قطاع المحيط الهادي $= \frac{183.4}{396} \times 360 = 166.72$

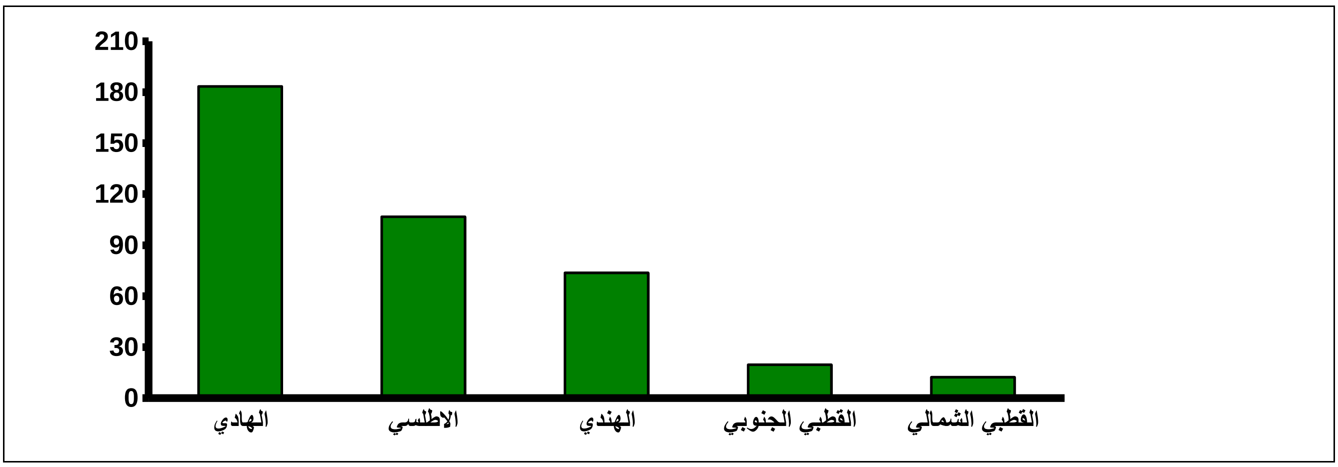
زاوية قطاع المحيط الأطلسي $= \frac{106.7}{396} \times 360 = 97$

زاوية قطاع المحيط الهندي $= \frac{73.8}{396} \times 360 = 67.09$

زاوية قطاع المحيط القطبي الجنوبي $= \frac{19.7}{396} \times 360 = 17.9$

زاوية قطاع المحيط القطبي الشمالي $= \frac{12.4}{396} \times 360 = 11.27$

ج 2 /2- الأشرطة البيانية التي توضح مساحات المحيطات



ج 3 /1-خطأ, يمكن استخدام الطريقة الإحصائية إذا تم التعبير عن الظاهرة قيد البحث تعبيراً كمياً.

2 - صح .
3 - صح .
4 - خطأ,مركز الفئة :- قيمة المتغير العشوائي التي تتوسط المسافة بين الحد الأدنى والحد الأعلى للفئة.

ج 4 - املأ الفراغات التالية بما يناسبها من الكلمات :-

1- الإحصاء السكاني , الإحصاء الحيوي (أو الإحصاء الطبي , أو الإحصاء الاقتصادي)
2 - اسلوب الجمع المباشر , اسلوب العينات
3 - المتغيرات الوصفية
4 - طول الفئة

الوحدة النمطية الثالثة / مقاييس النزعة المركزية

١ - النظرة الشاملة

1 -1 الفئة المستهدفة (Target Population)

أن هذه الحقيبة موجهة إلى طلبة هيئة التعليم التقني / قسم تقنيات إدارة المواد / المرحلة الأولى .

1 -2 - مبررات الحقيبة (Rational)

ليتعرف الطالب على الدور الفعال الذي يلعب موضوع الإحصاء لأنه واحداً من أهم المواضيع التي شاع استخدامه نظراً لأهميته وتماسه مع كل بحث علمي في شتى مجالات البحث الإدارية منها والاقتصادية والاجتماعية والزراعية والهندسية والتربوية والطبية ....

1 -3 - الفكرة المركزية (Central idea) .

١ - تعريف بمقاييس النزعة المركزية .
٢ـ أهمية الوسط الحسابي وطرق إيجاده .
٣ - فائدة الوسيط وطرق إيجاده .
٤ - شرح أهمية المنوال وكيفية إيجاده .

1 -4 - التعليمات (Instructions)

١ـ تكوين فكرة عامة عن الموضوع .
٢ـ التركيز على العناوين الرئيسية .
٣ـ فهم الأفكار الرئيسية .
٤ - الاطلاع على الهدف من تدريس المادة .
٥ - قم بأداء الاختبار القبلي:-

أ - فإذا حصلت على 4 فأكثر فانك لا تحتاج إلى دراسة الوحدة النمطية الأولى.وراجع المشرف.

ب -فإذا حصلت على اقل من 4 فانك تحتاج إلى دراسة الوحدة النمطية الأولى.

بعد دراستك محتويات الوحدة النمطية الأولى فقم بأداء الاختبار ألبعدي .

أ - فإذا حصلت على 2 فأكثر انتقل إلى دراسة الوحدة النمطية الثانية .

ب ـ فإذا حصلت على اقل من 2 فعد دراسة الوحدة النمطية الأولى أو أي جزء منها ثم ارجع لأداء الاختبار ألبعدي .

٢ ـالأهداف الأدائية (Objectives)

يكون الطالب بعد دراسته الوحدة النمطية الثالثة قادرا على :

١ـ يستطيع تعريف مقياس النزعة المركزية .

٢ ـ يفهم أهمية مقياس النزعة المركزية في التحليل الإحصائي .

٣ ـ يعرف كيفية إيجاد مقياس النزعة المركزية .

3 ـ الاختبار القبلي (Pre test)

1ـ ما هو سبب تسمية هذا النوع من المقاييس بـمقاييس النزعة المركزية ؟

2 ـ عدد ثلاث من مقاييس النزعة المركزية ؟

3 ـ بكم طريقة يمكن إيجاد الوسط الحسابي ؟

4 ـ أعط تعريفا مختصرا للوسيط ؟

5 ـ أعط تعريفا مختصرا للمنوال ؟

ملاحظة:

1ـ لكل سؤال درجة واحدة.

٢ـ يرجى التحقق من سلامة أجابتك بمراجعة صفحة مفاتيح الإجابات على الاختبارات في نهاية الوحدة النمطية ، ففي حالة حصولك على درجة 4 فأكثر فتكون غير محتاج لدراسة هذه الوحدة واذهب لدراسة الوحدة التالية .أما في حالة حصولك على درجة أقل من 4 فستكون بحاجة لدراسة هذه الوحدة.

٤ ـ عرض الوحدة النمطية

مقدمة

لاحظنا في الفصلين الأول والثاني استعراض لأهم أساليب جمع وتصنيف وتبويب البيانات وكيفية تمثيلها في جداول ورسوم هندسية وبيانية الهدف من ذلك إعطاء صورة سريعة توضح ماهية هذه البيانات , في هذا الفصل سوف نتطرق للحديث عن كيفية تمثيل مجموعة من البيانات بقيمة واحدة فقط من خلال مقياس يدعى " مقياس نزعة مركزية " .

1ـ مفهوم المتوسطات والهدف من احتسابها

يمكن تمثيل مجموعة من البيانات بقيمة واحدة فقط الهدف من ذلك إعطاء صورة واضحة سريعة عن ماهية تلك المجموعة من خلال إيجاد عدد يمثل قيمها . إن المقياس الذي يختص بتحديد هذا العدد يسمى مقياس نزعة مركزية أو مقياس متوسط , هذا العدد يميل لأن يقع في وسط تلك المجموعة من البيانات في حال ترتيبها حسب صغرها أو كبرها وهذا ما جعلنا نطلق على هذا النوع من المقاييس بــــــ (مقاييس نزعة مركزية) .

أهمية المتوسطات تتوضح في موضوع الاستدلال الإحصائي من خلال تقدير قيم عددية لبعض مؤشرات المجتمع تحت الدراسة والبحث التي غالبا ما تكون غير معلومة , أي دراسة خصائص مجتمع ما من خلال خصائص العينة وان المتوسطات هي إحدى هذه الخصائص .
وفيما يلي أهم مقاييس النزعة المركزية

2- الوسط الحسابي Arithmetic Mean

ويسمى في بعض الأحيان الوسط أو المتوسط أو المعدل الحسابي وهو احد أهم مقاييس النزعة المركزية على الإطلاق لما يمتاز به من خصائص جيدة وسهولة في الحساب وهو متداول كثيراً في حياتنا اليومية , فمثلا عند تخرج طالب من الدراسة الإعدادية فأن أول ما يسأل عنه هو المعدل , ما معدلك ؟ فيجيب إن معدلي هو 85 على سبيل المثال والذي هو في الحقيقة هو محصلة لسبعة أعداد تمثل درجات هذا الطالب في دروس الصف السادس الإعدادي مقسومة على عددها (7) وهذا يعني إننا تمكنا من تمثيل مجموعة من الأعداد بقيمة واحدة هي معدل درجاته .

طرق حساب الوسط الحسابي

أولاً - حساب الوسط الحسابي لبيانات غير مبوبه

1- الطريقة المباشرة (القيم الأصلية)

لتكن X1,X2,…,Xn تمثل البيانات المستحصل عليها من المتغير العشوائي X على أساس عينة من المفردات قوامها n مشاهدة , يرمز عادةً للوسط الحسابي بالرمز ($\bar{x}$) ويعرف على انه دالة بدلالة قياسات مفردات العينة , أي أن

$$\bar{x} = f(X1, X2, ..., Xn)$$

بحيث أن هذه الدالة تأخذ الشكل التالي :-

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi}{n}$$

ملاحظه :- الوسط الحسابي ($\bar{x}$) هو تقدير للوسط الحسابي لقياسات مفردات المجتمع الذي اختيرت منه هذه العينة , حيث أن متوسط قياسات مفردات المجتمع غالباً ما يرمز له بالرمز (µ) ويعطى بالصيغة التالية :

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} xi}{N}$$

حيث أن N عدد مفردات المجتمع

(مثال 1) :- البيانات التالية تمثل أوزان عينة من الطلبة قوامها (15) طالب , يطلب إيجاد متوسط وزن الطالب في هذه العينة .

50.2	**60.9**	**68.3**	**59.2**	**58.1**	**62.3**	**65.3**	**52.9**
	61.5	**63.2**	**59.1**	**69.3**	**64.2**	**65.2**	**56.6**

الحل :-

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi}{n} = \frac{50.2 + 60.9 + 68.3 + ... + 56.6}{15} = 61.087_{\text{kg}}$$

(مثال 2) :- البيانات التالية تمثل عدد أفراد عينة من الأسر قوامها 12 أسرة (بضمنها الوالدين) . يطلب إيجاد متوسط عدد أفراد الأسرة ؟

3	**4**	**7**	**8**	**10**	**9**	**2**	**5**	**6**	**9**	**7**	**5**

الحل :-

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi}{n} = \frac{3+4+7+8+10+9+2+5+6+9+7+5}{12} = 6.25$$

وحيث إن عدد أفراد الأسرة متغير متقطع لذا يتم تقريب الناتج إلى اقرب عدد صحيح لأنه لايوجد تقييس لجزء من الفرد . وعليه فان متوسط عدد أفراد الأسرة في هذه العينة هو تقريباً ستة أفراد .

2- الطريقة المختصرة (طريقة الانحرافات)

تستخدم هذه الطريقة في حالة كون قياسات العينة أعداد كبيرة يصعب التعامل معها عند إيجاد الوسط الحسابي خصوصاً في حالة عدم توفر حاسبات لذلك يفضل اختزال هذه الأعداد إلى أعداد اصغر يسهل التعامل معها .

لنفرض أن X1,X2,…,Xn تمثل قياسات عينة من المفردات قوامها n وليكن (a) ثابت اختياري حقيقي عندئذٍ يمكن إيجاد قيمة الوسط الحسابي وفق الصيغة التالية :-

$$\bar{x} = a + \frac{\sum_{i=1}^{n} di}{n} \quad , \quad di = x_i - a$$

ملاحظة :- ليس من الضروري أن تكون قيمة (a) المختارة من ضمن البيانات , إلا انه يفضل أن تكون إحدى القيم القريبة من مركزها ففي ذلك تسهيل للعمل الحسابي .

(مثال 1) :-

البيانات التالية تمثل أطوال عينة من الطلبة قوامها (16) طالب, يطلب إيجاد متوسط طول الطالب في هذه العينة .

180.2	**160.9**	**168.3**	**169.2**	**168.1**	**162.3**	**165.3**	**172.9**
169.5	**163.2**	**179.1**	**169.3**	**164.2**	**165.2**	**176.6**	**170.5**

الـحـل :- نختار قيمة الثابت a تساوي 160

التسلسل	Xi	di =Xi - a	التسلسل	Xi	di =Xi - a
1	180.2	180.2 – 160 = 20.2	9	169.5	169.5 – 160 = 9.5
2	160.9	160.9 – 160 = 0.9	10	163.2	163.2 – 160 = 3.2
3	168.3	168.3 – 160 = 8.3	11	179.1	179.1 – 160 = 19.1
4	169.2	169.2 – 160 = 9.2	12	169.3	169.3 – 160 = 9.3
5	168.1	168.1 – 160 = 8.1	13	164.2	164.2 – 160 = 4.2
6	162.3	162.3 – 160 = 2.3	14	165.2	165.2 – 160 = 5.2

7	165.3	165.3 – 160 = 5.3	15	176.6	176.6 – 160 = 16.6
8	172.9	172.9 – 160 = 12.9	16	170.5	170.5 – 160 = 10.5

حيث أن قيم di تساوي

20.2	0.9	8.3	9.2	8.1	2.3	5.3	12.9
9.5	3.2	19.1	9.3	4.2	5.2	16.6	10.5

$$\sum di = 144.8$$

$$\bar{x} = a + \frac{\sum_{i=1}^{n} di}{n}$$

$$\bar{x} = 160 + \frac{144.8}{16} = 160 + 9.05 = 169.05_{\text{cm}}$$

(مثال 2) :- البيانات التالية تمثل درجات امتحان احد طلبة السادس الإعدادي الفرع العلمي . المطلوب إيجاد معدل هذا الطالب (الوسط الحسابي) باستخدام الطريقة المختصرة ؟

56	54	54	60	58	57	53

الـحـل :- نختار قيمة الثابت a تساوي 50

التسلسل	Xi	di =Xi - a
1	56	56 – 50 = 6
2	54	54 – 50 = 4
3	54	54 – 50 = 4
4	60	60 – 50 = 10
5	58	58 – 50 = 8
6	57	57 – 50 = 7
7	53	53 – 50 = 3

$$\sum di = 42$$

$$\bar{x} = a + \frac{\sum_{i=1}^{n} di}{n}$$

$$\bar{x} = 50 + \frac{42}{7} = 50 + 6 = 56$$

ثانياً ـ حساب الوسط الحسابي لبيانات مبوبـه

1- الطريقة المباشرة (القيم الاصليه)

لتكن X1,X2,…,Xm تمثل مراكز فئات توزيع تكراري عدد فئاتـه m , وان f1,f2,…,fm تمثل التكرارات المقابلة لهذه الفئات عندئذٍ يحسب الوسط الحسابي لهذا التوزيع وفق مايلي :-

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{m} fi.xi}{\sum_{i=1}^{m} fi}$$

حيث أن :- $\sum_{i=1}^{m} fi.xi$ تمثل مجموع حاصل ضرب تكرار كل فئة في مركز هذه الفئة .

$\sum_{i=1}^{m} fi$ تمثل مجموع تكرارات الفئات .

(مثال 1) :- الأتي توزيع تكراري لدرجات الحرارة في مدينة معينه المسجلة لمدة 95 يوماً متتالياً . يطلب حساب متوسط الحرارة في هذه المدينة خلال هذه الفترة .

الفئات	التكرارات (fi)	مركز الفئات (Xi)	Fi . xi
0 –	4	0.5	2
1 -	8	1.5	12
2 -	12	2.5	30
3 -	16	3.5	56
4 -	20	4.5	90
5 -	25	5.5	137.5
6 -	6	6.5	39
7 – 8	4	7.5	30
		المجموع	396.5

الحل :- $\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{m} fi.xi}{\sum_{i=1}^{m} fi} = \frac{396.5}{95} = 4.174$ درجة مئوية

(مثال 2) :-

الأتي توزيع تكراري لعينة من الأسر قوامها 75 أسرة حسب عدد , أفراد الأسرة (بضمنها الوالدين) . يطلب حساب متوسط عدد أفراد الأسرة في هذه العينة ؟

عدد الأفراد (الفئات)	2 – 4	5 – 7	8 – 10	11 - 13	14 - 16	17 - 19	20 - 22
عددالأسر (التكرارات fi)	8	12	20	13	10	8	4

الحل :- نعمل الجدول التالي :-

الفئات	التكرارات (fi)	مركز الفئات (Xi)	fi.Xi
2 - 4	8	3	24
5 - 7	12	6	72
8 - 10	20	9	180
11 - 13	13	12	156
14 - 16	10	15	150
17 - 19	8	18	144
20 - 22	4	21	84
المجموع	75	-	810

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{m} fi.xi}{\sum_{i=1}^{m} fi} = \frac{810}{75} = 10.8 \text{ فرد}$$

وحيث إن عدد أفراد الأسرة متغير من النوع المتقطع وانه لايوجد تقييس لجزء من الفرد عليه يتم تقريب الناتج لأقرب عدد صحيح , وعليه فان متوسط عدد أفراد الأسرة في هذه العينة هو تقريباً احد عشر فرداً .

2- الطريقة المختصرة (طريقة الانحرافات) :-

لتكن X1,X2,...,Xm تمثل مراكز فئات توزيع تكراري عدد فئاته m وان f1,f2,...,fm تمثل التكرارات المقابلة لفئات هذا التوزيع . وليكن a ثابت اختياري حقيقي . عندئذٍ يمكن إيجاد قيمة الوسط الحسابي وفق الصيغة التالية :-

$$\overline{X} = a + \frac{\sum_{i=1}^{m} fidi}{\sum_{i=1}^{m} fi} \quad , \quad di = xi - a \, , \quad xi \text{ مركز الفئات}$$

حيث أن :-

ملاحظه انه يفضل اختيار الثابت a لان يكون مساوياً لمركز الفئة الوسطى ففي ذلك تسهيل في العلميات الحسابية .

(<u>مثال 1</u>) :-

الأتي توزيع تكراري لأطوال عينة من الأشخاص قوامها 70 شخص . يطلب إيجاد متوسط طول الشخص في هذه العينة (باستخدام الطريقة المختصرة).

طول الأشخاص (الفئات)	140 -	148 -	156 -	164 -	172 -	180-	188 - 196
عدد الأشخاص(التكرارات fi)	4	6	15	20	17	7	1

الحل :- نعمل الجدول التالي :-

الفئات	التكرارات (fi)	مركز الفئات (Xi)	di	fi.di
140 -	4	144	- 24	- 96
148 -	6	152	- 16	- 96
156 -	15	160	- 8	- 120
164 -	20	168	0	0
172 -	17	176	8	136
180-	7	184	16	112
188 – 196	1	192	24	24
المجموع	70	-		- 40

نختار الثابت a لان يكون مساوياً إلى مركز الفئة الرابعة ثم نجد قيم di من خلال di = xi – a الموضحة من الجدول أعلاه , ثم نجد متوسط الطول

$$\overline{X} = a + \frac{\sum_{i=1}^{m} fidi}{\sum_{i=1}^{m} fi} = 168 + \frac{-40}{70} = 167.429$$ سم

(مثال 2) :-
الأتي توزيع تكراري لأعمار مجموعة من الطلبة حسب المرحلة الدراسية يطلب حساب متوسط عمر الطالب في هذا التوزيع ؟

فئات العمر (الفئات)	9 -	12 -	15 -	18 -	21-	24 - 27
عدد الطلبة(التكرارات fi)	30	55	80	90	66	14

الحل :- نعمل الجدول التالي :-

الفئات	التكرارات (fi)	مركز الفئات (Xi)	di	fi.di
9 -	30	10.5	- 6	- 180
12 -	55	13.5	- 3	- 165
15 -	80	16.5	0	0
18 -	90	19.5	3	270
21 -	66	22.5	6	396
24- 27	14	25.5	9	126
المجموع	335	-		447

نختار الثابت a لان يكون مساوياً إلى مركز الفئة الثالثة ثم نجد قيم di من خلال $di = xi - a$ الموضحة من الجدول أعلاه , ثم نجد متوسط العمر

$$\overline{X} = a + \frac{\sum_{i=1}^{m} fidi}{\sum_{i=1}^{m} fi} = 16.5 + \frac{447}{335} = 17.834$$ سنه

2-2-3 الوسيط Median

يعتبر الوسيط احد مقاييس النزعة المركزية المهمة في التطبيقات الإحصائية , ويعرف الوسيط بأنه تلك القيمة من قيم المتغير العشوائي X التي تقسم مجموعة من قيم المتغير إلى قسمين متساويين . أي أنها قيمة X التي تجعل عدد القيم قبلها مساوٍ لعدد القيم بعدها .

طرق حساب الوسيط (حسابياً)

أولاً - حساب الوسيط لبيانات غير مبوبة

لتكن X1,X2,…,Xn تمثل قياسات مفردات عينة قوامها n مفردة . وافترض أن هذه القياسات رتبت على نحو تصاعدي , وافرض أن y1<y2<y3<…<yn تمثل قيم x المرتبة تصاعدياً (وقد يكون الترتيب تنازلياً) عندئذٍ :
1- إذا كان عدد القيم n <u>**فردي**</u> عندئذٍ فأن قيمة الوسيط تمثل قيمة x بعد الترتيب (أيy) التي تسلسلها هو

$$Me = \frac{n+1}{2}$$

(مثال 1):- الأتي درجات عينة من الطلبة قوامها 9 طلاب في امتحان معين,جد الوسيط لهذه المجموعة.

55 ,62 ,53 ,70 ,68 ,65 ,63 ,79 ,80

الحل : نرتب هذه القيم ترتيب تصاعدي وكما يلي :

53 ,55 ,62 ,63 ,65 ,68 ,70 ,79 ,80

وعليه فأن ترتيب الوسيط هو

$$Me = \frac{n+1}{2} = \frac{9+1}{2} = 5$$

وهذا يعني أن القيمة الخامسة هي قيمة الوسيط أي الدرجة 65

2- إذا كان عدد القيم n **زوجي** عندئذٍ فأن قيمة الوسيط تمثل الوسط الحسابي لقيمتي x بعد الترتيب (أي y)

اللتين تسلسلهما على التوالي هو($\frac{n}{2}+1, \frac{n}{2}$) .

(مثال 1) :- الأتي أعمار عينة من الأفراد قوامها 12 فرد . جد الوسيط لعمر الفرد في هذه المجموعة .

20 ,22 ,19.5 ,26 ,24.5 ,27 ,28 ,29 ,18 ,20 ,23 ,25

الحل : نرتب هذه القيم وفق ترتيب تنازلي وكما يلي

29 ,28 ,27 ,26 ,25 ,24.5 ,23 ,22 ,20 , 20 ,19.5 ,18

وعندئذٍ فان القيمتان اللتان تحددان الوسيط هما (23, 24.5) اللتين تسلسلهما على التوالي هو

($\frac{12}{2}+1=7$, $\frac{12}{2}=6$) أي القيمة السادسة والسابعة بعد الترتيب . وبذلك فأن الوسيط لهذه المجموعة يمثل الوسط الحسابي لهاتين القيمتين أي :-

$$Me = \frac{24.5+23}{2} = 23.75$$ سنه

ثانياً – إيجاد الوسيط لبيانات مبوبة

1- إيجاد الوسيط لبيانات مبوبة لمتغير متقطع

افرض وجود توزيع تكراري لبيانات متغير متقطع عدد فئاته m وان f1,f2,…,fm تمثل التكرارات المقابلة لفئات هذا التوزيع . وافرض أن F1,F2,…,Fm تمثل التكرارات المتجمعة الصاعدة المقابلة للحدود العليا لفئات التوزيع . من تعريف الوسيط :هو القيمة التي تقسم مجموعة القيم إلى قسمين متساويين وهذا يعني أن تسلسل (ترتيب) الوسيط في حالة التوزيعات التكرارية يمثل نصف التكرارات أي ($\frac{\sum_{i=1}^{m} fi}{2}$) أي أن الوسيط هنا يمثل القيمة التي تترك نصف مجموع التكرارات قبلها والنصف الأخر بعدها .

ولغرض تحديد الوسيط نقوم بمقارنة ترتيب الوسيط مع التكرار المتجمع الصاعد فإذا كان

$$F_K \langle \frac{\sum fi}{2} \langle F_{K+1}$$, F_{K+1} يمثل التكرار المتجمع الصاعد المقابل للفئة K+1

F_K يمثل التكرار المتجمع الصاعد المقابل للفئة K

عندئذٍ يقال أن فئة الوسيط هي الفئة التي تسلسلها هو (K+1) وبذلك فان قيمة الوسيط تمثل مركز هذه الفئة .

(مثال1):- الأتي توزيع تكراري لعينة من الأسر حسب عدد أفراد الأسرة يطلب حساب الوسيط لعدد الأفراد.

عدد الأفراد (الفئات)	2 – 4	5 – 7	8 - 10	11 - 13	14 - 16	17 - 19	20 - 22
عدد الأسر (التكرارات fi)	6	9	12	20	14	11	8

الحل :- نقوم بعمل الجدول التالي :-

الفئات	التكرار	الحدود العليا للفئات	التكرار المجمع الصاعد
2 – 4	6	4	6
5 – 7	9	7	15
8 – 10	12	10	27
11 – 13	20	13	47
14 – 16	14	16	61
17 – 19	11	19	72
20 – 22	8	22	80

إن ترتيب الوسيط هو $\frac{\sum fi}{2} = \frac{80}{2} = 40$

وبملاحظة ترتيب الوسيط ضمن التكرار المتجمع الصاعد نلاحظ أن

$$F_K \langle \frac{\sum fi}{2} \langle F_{K+1} \qquad \Longrightarrow 27 < 40 < 47$$

وعليه فأن فئة الوسيط هي الفئة الرابعة من التوزيع أي (13- 11) وعندئذ فأن الوسيط لهذا التوزيع يمثل مركز هذه الفئة أي أن قيمة الوسيط مساوية لمركز الفئة الرابعة

$$X_4 = \frac{11+13}{2} = \frac{24}{2} \Longrightarrow 12 \; \mathbf{(Me= 12)}$$

(مثال 2) :- الأتي توزيع تكراري لعدد النداءات الهاتفية العاجلة التي استقبلتها بدالة مستشفى خلال فترة شهر واحد على أساس عدد النداءات المستقبلة خلال ساعة واحدة . جد الوسيط لعدد النداءات ؟

عدد النداءات (خلال ساعة)	0 - 4	5 - 9	10 - 14	15 - 19	20 - 24
(التكرارات fi)	12	36	56	51	45

الحل :- نقوم بعمل الجدول التالي :-

الفئات	التكرار	الحدود العليا للفئات	التكرار المجمع الصاعد
0 – 4	12	4	12
5 – 9	36	9	48
10 – 14	56	14	104
15 – 19	51	19	155
20 – 24	45	24	200

إن ترتيب الوسيط هو $\frac{\sum fi}{2}=\frac{200}{2}=100$

وبملاحظة ترتيب الوسيط ضمن التكرار المتجمع الصاعد نلاحظ أن

$$F_K \langle \frac{\sum fi}{2} \langle F_{K+1} \Longrightarrow 48< 100 < 104$$

وعليه فأن فئة الوسيط هي الفئة الثالثة من التوزيع أي (14- 10) وعندئذ فأن الوسيط لهذا التوزيع يمثل مركز هذه الفئة أي

قيمة الوسيط مساوية لمركز الفئة الثالثة(Me= 12) $X_3=\frac{10+14}{2} \Longrightarrow \frac{24}{2}=12$

2- إيجاد الوسيط لبيانات مبوبة لمتغير مستمر افرض وجود توزيع تكراري لبيانات متغير مستمر عدد فئاته m وان f1,f2,…,fm تمثل التكرارات المقابلة لفئات هذا التوزيع.وافرض أن F1,F2,…,Fm تمثل التكرارات المتجمعة الصاعدة المقابلة للحدود العليا لفئات التوزيع . ليكن $\frac{\sum_{i=1}^{m} fi}{2}$ يمثل ترتيب الوسيط في هذا التوزيع . فإذا كان

$$\boxed{F_{K-1} \langle \frac{\sum_{i=1}^{m} fi}{2} \langle F_K}$$

, F_{K-1} **يمثل التكرار المتجمع الصاعد المقابل للفئة K-1**

F_K يمثل التكرار المتجمع الصاعد المقابل للفئة **K**

عندئذٍ يقال أن فئة الوسيط هي الفئة التي تسلسلها هو k وعندئذٍ يتم حساب قيمة الوسيط وفق الصيغة التالية :-

$$Me = L_K + \frac{h_k}{f_k}\left(\frac{\sum_{i=1}^{m} fi}{2} - F_{K-1}\right)$$

حيث أن :- L_K : الحد الأدنى لفئة الوسيط , f_k : تـكـرار فـئـة الـوســيــط .

h_k : طـول فـئــة الــوســيــط . , F_{k-1} : التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط .

(مثال 1) :- الأتي توزيع تكراري للدخل الشهري (بآلاف الدنانير) لعينة من الأسر قوامها 80 أسرة جد الوسيط للدخل الشهري للأسرة في هذه العينة .

الفئات	**100 -**	**120 -**	**140 -**	**160 -**	**180 -**	**200 -**	**220 - 240**
عدد الأسر	**3**	**7**	**14**	**20**	**18**	**12**	**6**

الحل :- نقوم بعمل الجدول التالي :-

التكرار المجمع الصاعد	الحدود العليا للفئات	التكرار	الفئات
3	اقل من 120	3	100 -
10	اقل من 140	7	120 -
24	اقل من 160	14	140 -
44	اقل من 180	20	160 -
62	اقل من 200	18	180 -
74	اقل من 220	12	200 -
80	اقل من 240	6	220-240

ثم نجد ترتيب الوسيط وهذا مساوٍ إلى نصف التكرارات أي $\frac{\sum fi}{2} = \frac{80}{2} = 40$.

وبملاحظة ترتيب الوسيط ضمن التكرار المتجمع الصاعد نلاحظ أن

$$F_{K-1} \langle \frac{\sum fi}{2} \langle F_K \Longrightarrow 24 < 40 < 44$$

وعليه فان فئة الوسيط عي الفئة الربعة من التوزيع أي الفئة (160 – 180) وبذلك فأن :

L4 = 160 , h4 = 20 , f4 = 20 , F3 = 24

$$Me = L_K + \frac{h_k}{f_k}\left(\frac{\sum_{i=1}^{m} fi}{2} - F_{K-1}\right)$$

$$Me = 160 + \frac{20}{20}(40-24) = 160+16 = 176$$ ألف دينار

(مثال 2) :- الأتي توزيع تكراري لأعمار عينه من تلاميذ إحدى المدارس الابتدائية قوامها 90 تلميذ . جد الوسيط لعمر التلميذ في هذه العينة

فئات العمر	5 -	6 -	7 -	8 -	9 -	10 -	11 -	12 -
عدد التـلاميذ	3	6	9	12	20	18	17	5

الحل : - نجد التوزيع التكراري المتجمع الصاعد وكما موضح بالجدول أدناه :-

التكرار المجمع الصاعد	**الحدود العليا للفئات**	**التكرار**	**الفئات**
3	**اقل من 6**	**3**	**5 -**
9	**اقل من 7**	**6**	**6 -**
18	**اقل من 8**	**9**	**7 -**
30	**اقل من 9**	**12**	**8 -**
50	**اقل من 10**	**20**	**9 -**
68	**اقل من 11**	**18**	**10 -**
85	**اقل من 12**	**17**	**11 -**
90	**اقل من مجهول**	**5**	**12 - فأكثر**

ثم نجد ترتيب الوسيط وهذا مساوٍ إلى نصف التكرارات أي $\frac{\sum fi}{2} = \frac{90}{2} = 45$.

وبملاحظة ترتيب الوسيط ضمن التكرار المتجمع الصاعد نلاحظ أن

$$F_{K-1} \langle \frac{\sum fi}{2} \langle F_K \quad \Longrightarrow \quad 30 < 45 < 50$$

وعليه فان فئة الوسيط عي الفئة الخامسة من التوزيع أي الفئة (– 9) وبذلك فأن :

L5 = 9 , h5 = 1 , f5 = 20 , F4 = 30

وعندئذٍ فأن :-

$$Me = L_K + \frac{h_k}{f_k}\left(\frac{\sum_{i=1}^{m} fi}{2} - F_{K-1}\right)$$

$$Me = 9 + \frac{1}{20}(45-30) = 9 + \frac{15}{20} = 9.75$$

3-2-3 المنوال The Mode

يعرف المنوال بأنه تلك القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها من بين مجموعة من القيم ,أو أنها القيمة الشائعة من بين مجموعه من القيم.

طرق حساب المنوال (حسابياً)

أ- حساب المنوال لبيانات غير مبوبه

لتكن X1,X2,…,Xn تمثل قياسات مفردات عينه قوامها n مفردة . وافترض أن Xj قيمه من قيم هذه المجموعة لوحظ أنها تكررت أكثر من غيرها , عندئذٍ وحسب تعريف المنوال فإن Xj تمثل المنوال لهذه المجموعة .

(مثال1) :-

للبيانات التالية جد المنوال

2,3,2,4,2,5,4,4,5,4,6,8,9,4,7,3,7,6

الحل : واضح من المجموعة أن العدد 4 قد تكرر خمس مرات وهو اكبر من تكرار أي عدد آخر . عليه فان المنوال لهذه المجموعة هو (Mo=4) .

(مثال 2) :-

جد المنوال للبيانات التالية **(2,4,3,6,8,7,10,12)**

الحل :

واضح من هذه المجموعة انه لايوجد عدد متكرر أكثر من غيره . وعليه فأنه **لايوجد منوال** لهذه المجموعة .

ملاحظه :- من الممكن وجود **أكثر من منوال** واحد لمجموعة من البيانات في حالة تساوي التكرار .

ب – إيجاد المنوال لبيانات مبوبه

1- إيجاد المنوال لبيانات مبوبه لمتغير متقطع

لتكن X1,X2,…,Xm تمثل مراكز فئات توزيع تكراري عدد فئاته m , وان f1,f2,…,fm تمثل التكرارات المقابلة لفئات هذا التوزيع . عندئذٍ فأن المنوال لهذا التوزيع يمثل قيمة مركز الفئة التي تقابل اكبر تكرار في

التوزيع . وفي حالة وجود فئتين أو أكثر يقابلهما نفس التكرار عندئذٍ فان توزيع من هذا النوع سوف يمتلك أكثر من قيمة واحده للمنوال كل منها تمثل مركز الفئة التي تقابل ذلك التكرار .

(مثال) :-

الأتي توزيع تكراري توزيع 40 عائلة فلاحيه حسب ملكيتها من أشجار البرتقال .يطلب تحديد المنوال لهذا التوزيع .

الفئات	التكرارات (f)
60 – 74	2
75 – 89	6
90 – 104	14
105 – 119	10
120 – 134	8

الحل :- نبحث عن اكبر تكرار موجود في هذا التوزيع وهو العدد 14 المقابل للفئة الثالثة (90-104) . وعليه فأن المنوال في هذا التوزيع هو مركز الفئة أي ($X_3 = \frac{90+104}{2} = \frac{194}{2} = 97$)97 شجرة برتقال

2- إيجاد المنوال لبيانات مبوبه لمتغير مستمر ـ طريقـة بيرسون (حسـابيـاً)

افرض وجود توزيع تكراري لبيانات متغير مستمر عدد فئاته m وأفرض أن (f_k) يمثل اكبر تكرار في هذا التوزيع .وهذا يعني أن الفئة التي تحتوي المنوال هي الفئة المقابلة إلى f_k . وافرض أن (f_{k-1}) يمثل التكرار السابق لتكرار فئة المنوال وان (f_{k+1})يمثل التكرار اللاحق لتكرار فئة المنوال وهذا يعني ($f_k > f_{k+1}$, $f_{k-1} <$) , وان (h_k) تمثل طول فئة المنوال وان(L_k) تمثل الحد الأدنى لفئة المنوال . عندئذٍ ووفق هذه المعطيات يمكن حساب قيمة المنوال بالصيغة التالية :

$$mo = L_k + \frac{(f_K - f_{k-1})}{(f_k - f_{k-1}) + (f_k - f_{k+1})} \cdot h_k$$

(مثال 1) :- الأتي توزيع تكراري لأطوال عينه من الأشخاص البالغين قوامها 50 شخص . يطلب حساب القيمة الشائعة لطول الشخص في هذه العينة .

فئات الطول	150 -	160 -	170 -	180 -	190 - 200
عدد الأشخاص	8	12	15	9	6

الحل :واضح أن اكبر تكرار في التوزيع هو 5 عليه فأن فئة المنوال هي الفئة (170 -)أي الفئة الثالثة

$f_3 = 15$, $f_2 = 12$, $f_4 = 9$, $L_3 = 170$, $h_3 = 10$

$$mo = 170 + \frac{(15-12)}{(15-12)+(15-9)}.10 = 170 + \frac{30}{9} = 173.33$$ سنتمتر

(مثال 2) :- الأتي توزيع تكراري لأعمار عدد من المرضى الراقدين في إحدى المستشفيات. يطلب إيجاد العمر الشائع للمريض في هذه المجموعة.

فئات العمر	10 -	20 -	30 -	40 -	50 -	60 - فأكثر
عدد المرضى	2	8	16	17	23	14

الحل :- بما أن اكبر تكرار في التوزيع هو 23 عليه فأن فئة المنوال هي الفئة الخامسة (-50) وبذلك فأن :-

$F_5 = 23 \quad , \quad f_4 = 17 \quad , \quad f_6 = 14 \quad , \quad L_5 = 50 \quad , h_5 = 10$

$$mo = 50 + \frac{(23-17)}{(23-17)+(23-14)}.10 = 50 + \frac{60}{15} = 54 \text{ سنه}$$

٥ - اختبار بعدي (Post test)

س 1 / البيانات التالية تمثل أوزان عينه من الطلبة قوامها (15 طالب) , المطلوب إيجاد متوسط وزن الطالب (الوسط الحسابي) باستخدام الطريقة المختصرة علماً أن قيمة الثابت الاختياري تساوي (**61.5**) ؟

50.2, 60.9, 68.3, 59.2, 58.1, 62.3, 65.3, 52.9, 61.5, 63.2, 59.1, 69.3, 64.2, 65.2, 56.6

س 2 / الأتي درجات عينه من الطلبة قوامها تسعة طلاب في امتحانٍ معين , جد الوسيط لهذه المجموعة ؟

55 ,62 ,53 ,70 ,68 ,65 ,63 ,79 ,80

س 3 / الأتي جدول توزيع تكراري لأربعين عائلة فلاحية حسب ملكيتها لأشجار البرتقال , المطلوب تحديد المنوال لهذا التوزيع

عدد الأشجار :-	74-60	89-75	104-90	119-105	134-120
عدد العوائل :-	2	6	14	10	

8

حل أسئلة الامتحان القبلي

ج 1 / ما جعلنا نطلق على هذا النوع من المقاييس بـ (مقاييس نزعة مركزية) أو مقياس متوسط , هو أن هذا العدد يميل إلى إن يقع في وسط تلك المجموعة من البيانات في حال ترتيبها حسب صغرها أو كبرها

ج 2 / 3- المنوال

ج 3 / يمكن إيجاد الوسط الحسابي بطريقتين :- 1- الطريقة المباشرة , 2- الطريقة الغير مباشرة .

ج 4 / يعرف **الوسيط Median** بأنه تلك القيمة من قيم المتغير العشوائي X التي تقسم مجموعة من قيم المتغير إلى قسمين متساويين . أي أنها قيمة X التي تجعل عدد القيم قبلها مساوٍ لعدد القيم بعدها .

ج 5 / يعرف **المنوال The Mode** بأنه تلك القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها من بين مجموعة من القيم أو, أنها القيمة الشائعة من بين مجموعه من القيم .

حل أسئلة الامتحان البعدي

ج 1 / الـحـل :- قيمة الثابت a تساوي 160

التسلسل	Xi	di =Xi - a	التسلسل	Xi	di =Xi – a
1	50.2	50.2 – 61.5 = 11.3	9	61.5	61.5 – 61.5 = 0
2	60.9	60.9 – 61.5 = -0.6	10	63.2	63.2 – 61.5 = 1.7
3	68.3	68.3 – 61.5 = 6.8	11	59.1	59.1 – 61.5 = -2.4
4	59.2	59.2 – 61.5 = -2.3	12	69.3	69.3 – 61.5 = 7.8
5	58.1	58.1 – 61.5 = -3.4	13	64.2	64.2 – 61.5 = 2.7
6	62.3	62.3 – 61.5 = 0.8	14	65.2	65.2 – 61.5 = 3.7
7	65.3	65.3 – 61.5 = 3.8	15	56.6	56.6 – 61.5 = -4.9
8	52.9	52.9 – 61.5 = -8.6			

$$\sum di = -6.2$$

$$\overline{x} = a + \frac{\sum_{i=1}^{n} di}{n}$$

$$\overline{x} = 61.5 + \frac{-6.2}{15} = 61.5 + 0.4133 = 61.08 \text{ cm}$$

ج 2 / الـحـل :- نبدأ بترتيب البيانات تصاعدياً وكما يلي :-

53 ,55 ,62 ,63 ,65 ,68 ,70 ,79 ,80

$$Me = \frac{n+1}{2} = \frac{9+1}{2} = 5$$

وهذا يعني أن القيمة الخامسة هي قيمة الوسيط أي الدرجة 65

ج 3 / الـحـل :- نبحث عن اكبر تكرار موجود في هذا التوزيع وهو العدد 14 المقابل للفئة الثالثة (104-90) . وعليه فأن المنوال في هذا التوزيع هو مركز الفئة أي $(X_3 = \frac{90+104}{2} = \frac{194}{2} = 97)$

97 شجرة برتقال

الوحدة النمطية الرابعة / مقاييس التشتت

١ - النظرة الشاملة

1- 1 - الفئة المستهدفة (Target Population)

أن هذه الحقيبة موجهة إلى طلبة هيئة التعليم التقني / قسم تقنيات إدارة المواد / المرحلة الأولى .

1- 2 - مبررات الحقيبة (Rational)
ليتعرف الطالب على الدور الفعال الذي يلعب موضوع الإحصاء لأنه واحداً من أهم المواضيع التي شاع استخدامه نظراً لأهميته وتماسه مع كل بحث علمي في شتى مجالات البحث الإدارية منها والاقتصادية والاجتماعية والزراعية والهندسية والتربوية والطبية ....

1- 3 - الفكرة المركزية (Central idea) .
١ - تعريف بمقاييس التشتت.
٢ -أهمية المدى وطرق إيجاده .
٣ - فائدة الانحراف المعياري وطرق إيجاده .

1- 4 - التعليمات (Instructions)
١- تكوين فكرة عامة عن الموضوع .

٢- التركيز على العناوين الرئيسية .

٣- فهم الأفكار الرئيسية .

٤ - الاطلاع على الهدف من تدريس المادة .

٥ - قم بأداء الاختبار القبلي:-

أ - فإذا حصلت على 4 فأكثر فانك لا تحتاج إلى دراسة الوحدة النمطية الأولى.وراجع المشرف.

ب -فإذا حصلت على اقل من 4 فانك تحتاج إلى دراسة الوحدة النمطية الأولى.

بعد دراستك محتويات الوحدة النمطية الأولى فقم بأداء الاختبار ألبعدي .

أ - فإذا حصلت على 2 فأكثر انتقل إلى دراسة الوحدة النمطية الثانية .

ب - فإذا حصلت على اقل من 2 فعد دراسة الوحدة النمطية الأولى أو أي جزء منها ثم ارجع لأداء الاختبار ألبعدي .

٢ -الأهداف الأدائية (Objectives)
يكون الطالب بعد دراسته الوحدة النمطية الرابعة قادرا على :

١- تعريف مقاييس التشتت .

٢ - يفهم أهمية مقياس التشتت في التحليل الإحصائي .

٣ - يعرف كيفية إيجاد مقياس التشتت .

3 - الاختبار القبلي (Pre test)
1- أعط تعريفا مختصرا للتشتت ؟

2 - ماهي فائدة دراسة التشتت ؟

3 - عدد اثنين من مقاييس التشتت ؟

4 - أعط تعريفا مختصرا للمدى ؟

5 - أعط تعريفا مختصرا للانحراف المعياري ؟

ملاحظة :

1- لكل سؤال درجة واحدة.

٢- يرجى التحقق من سلامة أجابتك بمراجعة صفحة مفاتيح الإجابات على الاختبارات في نهاية الوحدة النمطية ، ففي حالة حصولك على درجة 4 فأكثر فتكون غير محتاج لدراسة هذه الوحدة واذهب لدراسة الوحدة التالية .أما في حالة حصولك على درجة أقل من 4 فستكون بحاجة لدراسة هذه الوحدة.

٤ - عرض الوحدة النمطية

مقدمة

يعرف التشتت بأنه تباعد أو انتشار قيم مجموعة من المفردات عن بعضها البعض أو عن قيمة معينة ثابتة (كالوسط الحسابي مثلاُ). ان الهدف من دراسة التشتت هو تكوين فكرة عن مدى تجانس قيم مجموعة من المفردات وهذا يعني أن دراسة التشتت أمر مفيد في أجراء المقارنة بين قيم مجموعتين أو أكثر من البيانات عن ظاهرة معينة ,

فعلى سبيل المثال يلاحظ أن الوسط الحسابي لكل من مجموعة من المجموعات التالية هو (9)

المجموعة الأولى :- 7 ,8 ,9 ,10 ,11

المجموعة الثانية :- 3 ,6 ,9 ,12 ,15

المجموعة الثالثة :- 1 ,5 ,9 ,13 ,17

إلا انه يلاحظ أن المجموعة الأولى أكثر تجانساً (اقل انتشاراً) من المجموعتين الثانية والثالثة , كذلك فأن المجموعة الثانية أكثر تجانساً من المجموعة الثالثة .

مقاييس التشتت المطلقة

تبين درجة تجانس قيم مجموعة من البيانات بشكل مطلق وتكون مقاسة بنفس وحدات قياس المتغير العشوائي (وحدات طول , وزن , زمن , كثافة , عدد ,... الخ) , هذه المقاييس هي المدى , الانحراف الربيعي , الانحراف المتوسط , الانحراف المعياري

4-1- المدى Range

يعتبر المدى ابسط أنواع مقاييس التشتت المطلقة . ويعرف المدى بأنه الفرق ما بين اكبر قيمة في مجموعة بيانات وأصغر قيمة فيها (للبيانات غير المبوبة) . فإذا كانت X1,X2,…,Xn تمثل قياسات عينة من المفردات قوامها n وان X_L تمثل اكبر قيمة فيها وان X_S تمثل اصغر قيمة فيها . عندئذٍ فأن المدى لهذه المجموعة هو :-

$$R = X_L - X_S$$ (R = المدى)

(مثال 1) :-

2 ,5 ,3 ,8 ,7 ,10 ,9 ,12 ,15

الحل : إن اكبر قيمة في المجموعة هي 15 واصغر قيمة 2 , عليه فأن

المدى لهذه البيانات $R = X_L - X_S$ **= 15 – 2 = 13**

أما في حالة **البيانات المبوبة** في توزيع تكراري فأن المدى في هذه الحالة يمثل الفرق مابين الحد الأعلى للفئة الأخيرة والحد الأدنى للفئة الأولى .

(مثال 2) :- الأتي توزيع تكراري لعينة من الأسر قوامها 75 أسرة حسب عدد , أفراد الأسرة (بضمنها الوالدين) . يطلب حساب المدى لعدد أفراد الأسرة في هذه العينة ؟

الفئات	التكرارات (fi)
2 - 4	8
5 - 7	12
8 - 10	20
11 - 13	13
14 - 16	10
17 - 19	8
20 - 22	4
المجموع	75

الحل :-

الحد الأدنى للفئة الأولى = 2

الحد الأعلى للفئة الأخيرة = 22

المدى = الحد الأعلى للفئة الأخيرة - الحد الأدنى للفئة الأولى

المدى = 22 – 2 = 20

2-4- الانحراف المعياري Standard deviation

ويسمى في بعض الأحيان بالانحراف القياسي . ويعتبر هذا المقياس بحق أفضل مقاييس التشتت على الإطلاق لما يمتاز به من ميزات مثلى جعلته يقف في مقدمتها عند التطبيق .

ويعرف بأنه الجذر ألتربيعي الموجب لمتوسط مجموع مربعات انحرافات قيم المتغير العشوائي عن وسطها الحسابي مقسومة على عدد القيم .

أولاً :- حساب الانحراف المعياري لبيانات غير مبوبة

لتكن X1,X2,…,Xn تمثل قياسات مفردات عينه قوامها n .وليكن $\bar{x}$ يمثل الوسط الحسابي لهذه القياسات.عندئذٍ وحسب التعريف أعلاه فأن الانحراف المعياري والذي سنرمز له بالرمز(S)هو :-

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\mathrm{x}i - \bar{x}\right)^2}{n}}$$

(مثال 1) :- البيانات التالية تمثل أوزان عينه من الطلبة قوامها عشرة طلاب

56 , 68 ,72 ,63 ,65 ,68 , 71 ,69 ,62 ,56

يطلب حساب قيمة الانحراف المعياري ؟

الحل :- نحسب الوسط الحسابي لهذه المجموعة أولا ويساوي

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi}{n} = \frac{56+62+69+....+56}{10} = 65$$

$\sum_{i=1}^{n}\left(xi-\bar{x}\right)^2$	$\left(xi-\bar{x}\right)$	Xi
81	56 – 65 = - 9	56
9	62 – 65 = - 3	62
16	69 – 65 = 4	69
36	71 – 65 = 6	71
9	68 – 65 = 3	68
0	65 – 65 = 0	65
4	63 – 65 = - 2	63
49	72 – 65 = 7	72
9	68 – 65 = 3	68
81	56 – 65 = 9	56
294	المجموع	

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(xi-\bar{x}\right)^2}{n}} = \sqrt{\frac{294}{10}} = 5.422$$ الانحراف المعياري لأوزان الطلبة

(مثال 2) :- البيانات التالية تمثل درجات امتحان احد طلبة السادس الإعدادي الفرع العلمي . المطلوب إيجاد الانحراف المعياري لدرجات هذا الطالب ؟

56	**54**	**57**	**60**	**58**	**57**	**53**

الحل :- نحسب الوسط الحسابي لهذه المجموعة أولا ويساوي

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi}{n} = \frac{53+57+58+60+57+54+56}{7} = 56.4$$

$\sum_{i=1}^{n}\left(xi-\bar{x}\right)^2$	$\left(xi-\bar{x}\right)$	Xi
11.56	53 – 56.4 = - 3.4	53
0.36	57 – 56.4 = 0.6	57
2.56	58 – 56.4 = 1.6	58
12.96	60 – 56.4 = 3.6	60
0.36	57 – 56.4 = 0.6	57
6.76	54 – 56.4 = - 2.6	54
0.16	56 – 56.4 = - 0.4	56
34.72	المجموع	

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(xi-\bar{x}\right)^2}{n}} = \sqrt{\frac{34.72}{7}} = 2.22$$ الانحراف المعياري لدرجات الامتحان

ثانياً :- حساب الانحراف المعياري لبيانات مبوبه

لتكن X1,X2,…,Xm تمثل مراكز فئات توزيع تكراري عدد فئاته m , وان f1,f2,…,fm تمثل التكرارات المقابلة لفئات هذا التوزيع .عندئذٍ وحسب التعريف لهذا المقياس يمكن حساب قيمته وفق الصيغة التالية :-

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{m} fi.xi}{\sum_{i=1}^{m} fi} \quad , \quad S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} fi(xi-\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n} fi}}$$

(مثال 1) :- إذا كان لديك جدول التوزيع التكراري التالي اوجد الانحراف المعياري ؟

الفئات	التكرار fi	مراكز الفئات xi
0-	2	5
10-	4	15
20-	8	25
30-	16	35
40-	25	45
50-	60	55
60-	42	65
70-	35	75
80-	18	85
90-100	10	95
المجموع	220	

الحل :- نبدأ أولاً بإيجاد الوسط الحسابي , الذي يتطلب إيجاد (fi.xi)

$fi.xi$	10	60	200	560	1125	3300	2730	2625	1530	950	13090

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{m} fi.xi}{\sum_{i=1}^{m} fi} = \frac{13090}{220} = 59.5$$

بعد إيجاد الوسط الحسابي نقوم بإيجاد عناصر صيغة إيجاد الانحراف المعياري , كما في الجدول التالي :-

التكرار fi	مراكز الفئات xi	$xi-\bar{x}$	$(xi-\bar{x})^2$	$fi(xi-\bar{x})^2$
2	5	-54.5	2970.25	5940.50
4	15	-44.5	1980.25	7921.00
8	25	-34.5	1190.25	9522.00
16	35	-24.5	600.25	9604.00
25	45	-14.5	210.25	5256.25
60	55	-4.5	20.25	1215.00
42	65	5.5	30.25	1270.50
35	75	15.5	240.25	8408.75
18	85	25.5	650.25	11704.50
10	95	35.5	1260.25	12602.50
220				73445

ثم نقوم بتطبيق صيغة الانحراف المعياري وكما يلي :-

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} fi\left(xi - \overline{x}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n} fi}} = \sqrt{\frac{73445}{220}} = 18.271$$ الانحراف المعياري

(مثال 2) :- الأتي توزيع تكراري لعينه من الأسر قوامها 75 أسرة حسب عدد , أفراد الأسرة (بضمنها الوالدين) . يطلب حساب الانحراف المعياري لعدد أفراد الأسرة في هذه العينة ؟

الفئات	التكرارات (fi)	مركز الفئات (Xi)
2 - 4	8	3
5 - 7	12	6
8 - 10	20	9
11 - 13	13	12
14 - 16	10	15
17 - 19	8	18
20 - 22	4	21
المجموع	75	-

الحل :- نبدأ أولاً بإيجاد الوسط الحسابي , الذي يتطلب إيجاد (fi.xi)

$fi.xi$	24	72	180	156	150	144	84	810

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{m} fi.xi}{\sum_{i=1}^{m} fi} = \frac{810}{75} = 10.8$$

بعد إيجاد الوسط الحسابي نقوم بإيجاد عناصر صيغة إيجاد الانحراف المعياري , كما في الجدول التالي :-

التكرارfi	مراكز الفئات xi	$xi - \overline{x}$	$\left(xi - \overline{x}\right)^2$	$fi\left(xi - \overline{x}\right)^2$
8	3	**-7.8**	**60.84**	**486.72**
12	6	**-4.8**	**23.04**	**276.48**
20	9	**-1.8**	**3.24**	**64.8**
13	12	**1.2**	**1.44**	**18.72**
10	15	**4.2**	**17.64**	**176.4**
8	18	**7.2**	**51.84**	**414.72**
4	21	**10.2**	**104.04**	**416.16**
75				**1854**

ثم نقوم بتطبيق صيغة الانحراف المعياري وكما يلي :-

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} fi\left(xi - \bar{x}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n} fi}} = \sqrt{\frac{1854}{75}} = 24.72$$

الانحراف المعياري S_x لقيم x (عدد أفراد الأسر)

نلاحظ أن قيمة الانحراف المعياري ظهرت كبيرة جداً وذلك بسبب التشتت العالي بين قيم التكرارات (من 2 إلى 60) في المثال الأول , و (من 4 إلى 20) في المثال الثاني .

٥ - اختبار بعدي (Post test)

س 1 جد المدى للبيانات التالية (بيانات غير مبوبة)؟

50.2, 60.9, 68.3, 59.2, 58.1, 62.3, 65.3, 52.9, 61.5, 63.2, 59.1, 69.3

س 2 / الأتي درجات عينه من الطلبة قوامها تسعة طلاب في امتحانٍ معين , جد الانحراف المعياري لهذه المجموعة ؟

55 ,62 ,53 ,70 ,68 ,65 ,63 ,78 ,80

س 3 / الأتي توزيع تكراري توزيع 40 عائلة فلاحيه حسب ملكيتها من أشجار البرتقال .يطلب تحديد الانحراف المعياري لهذا التوزيع .

الفئات	التكرارات (f)
60 - 74	2
75 - 89	6
90 - 104	14
105 - 119	10
120 - 134	8

حل أسئلة الامتحان القبلي

ج 1 / يعرف التشتت بأنه تباعد أو انتشار قيم مجموعه من المفردات عن بعضها البعض أو عن قيمة معينه ثابتة (كالوسط الحسابي مثلاُ).

ج 2 / الهدف من دراسة التشتت هو تكوين فكرة عن مدى تجانس قيم مجموعة من المفردات وهذا يعني أن دراسة التشتت أمر مفيد في أجراء المقارنة بين قيم مجموعتين أو أكثر من البيانات عن ظاهرة معينه .

ج 3 / 1- المدى 2- الانحراف الربيعي .

ج 4 / يعرف المدى بأنه الفرق ما بين اكبر قيمه في مجموعه بيانات وأصغر قيمه فيها .

ج 5 / يعرف الانحراف المعياري Standard deviation بأنه الجذر التربيعي الموجب لمتوسط مجموع مربعات انحرافات قيم المتغير العشوائي عن وسطها الحسابي .

حل أسئلة الامتحان البعدي

ج 1 / الحل : إن اكبر قيمه في المجموعة هي 69.3 واصغر قيمه 50.2 , عليه فأن

$R = X_L - X_S$ **= 69.3 – 50.2 = 19.1** المدى لهذه البيانات

ج 2 الحل :- نحسب الوسط الحسابي لهذه المجموعة أولا ويساوي

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi}{n} = \frac{55+62+53+....+80}{9} = 66$$

$fi(xi-\overline{x})^2$	$(xi-\overline{x})^2$	$xi-\overline{x}$	$fi.xi$	مراكز الفئات xi	التكرار fi	الفئات
2592	**1296**	**-36**	**134**	**67**	**2**	**60 - 74**
2646	**441**	**-21**	**492**	**82**	**6**	**75 - 89**
504	**36**	**-6**	**1358**	**97**	**14**	**90 - 104**
810	**81**	**9**	**1120**	**112**	**10**	**105 - 119**
4608	**576**	**24**	**1016**	**127**	**8**	**120 - 134**
11160			**4120**		**40**	

$\sum_{i=1}^{n}(xi-\overline{x})^2$	$(xi-\overline{x})$	Xi
121	55 – 66 = - 11	55
16	62 – 66 = - 4	62
169	53 – 66 = -13	53
16	70 – 66 = 4	70
4	68 – 66 = 2	68
1	65 – 66 = -1	65
9	63 – 66 = - 3	63
144	78 – 66 = 12	78
196	80 – 66 = 14	80
676	المجموع	

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(xi-\overline{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{676}{9}} = 8.66$$ الانحراف المعياري لدرجات الطلبة

ج 3 / الحل نقوم بإعداد جدول البيانات التالي :-

نبدأ أولاً بإيجاد الوسط الحسابي

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{m} fi.xi}{\sum_{i=1}^{m} fi} = \frac{4120}{40} = 103$$

ثم نقوم بتطبيق صيغة الانحراف المعياري وكما يلي :-

الانحراف المعياري لإعداد الأشجار $S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} fi\left(\mathrm{xi}-\bar{x}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n} fi}} = \sqrt{\frac{11160}{40}} = 16.70$